6-е занятие. Определители. Метод Крамера. Присоединённая матрица
Линейная алгебра, прикл. матем., 1-й семестр

$\boxed{\text{П204}}$ Пользуясь только определением, вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & a_{1,n} \\ 0 & \dots & 0 & a_{2,n-1} & a_{2,n} \\ 0 & \dots & a_{3,n-2} & a_{3,n-1} & a_{3,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n,1} & \dots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{n,n} \end{vmatrix},$$

в котором все элементы выше побочной диагонали равны нулю. Сначала рассмотреть случай $n = 3$.

Вычислить определитель с помощью элементарных преобразований (строчных и столбцовых) и разложения по строке или столбцу с одним ненулевым элементом:

$$\boxed{\text{А1}} \begin{vmatrix} 3 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & 2 & 1 & -3 \\ 2 & 1 & -3 & 5 \\ 2 & -3 & 5 & 1 \end{vmatrix}.$$

Решить квадратные СЛАУ, используя формулы Крамера:

$$\boxed{\text{А2}} \begin{cases} 3x_1 - 4x_2 = 17; \\ x_1 + 3x_2 = -3. \end{cases}$$

$$\boxed{\text{А3}} \begin{cases} 3x_1 - x_2 - 3x_3 = 4; \\ 4x_1 + x_2 - 2x_3 = 7; \\ 2x_1 + x_3 = 8. \end{cases}$$

Вычислить обратные матрицы через присоединённые, сделать проверку:

$$\boxed{\text{А4}}\ A = \begin{pmatrix} 5 & -10 & 5 \\ 1 & -7 & 11 \\ 2 & -5 & 5 \end{pmatrix}. \qquad \boxed{\text{А5}}\ A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}.$$

Вычислить определитель D_4 приведением к треугольному виду и обобщить результат на D_n:

$$\boxed{\text{А6}}\ D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{vmatrix} \qquad \boxed{\text{П283}}\ D_4 = \begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}.$$

Домашнее задание № 6
Линейная алгебра, прикл. матем., 1-й семестр

Решить системы линейных уравнений методом Крамера и сделать проверку:

$\boxed{\text{П22}}$ $\begin{cases} 2x + 5y = 1; \\ 3x + 7y = 2. \end{cases}$ $\boxed{\text{П23}}$ $\begin{cases} 2x - 3y = 4; \\ 4x - 5y = 10. \end{cases}$

$\boxed{\text{П26}}$ $\begin{cases} x\cos\alpha - y\sin\alpha = \cos\beta; \\ x\sin\alpha + y\cos\alpha = \sin\beta. \end{cases}$

$\boxed{\text{П27}}$ $\begin{cases} x\,\mathrm{tg}\,\alpha + y = \sin(\alpha+\beta); \\ x - y\,\mathrm{tg}\,\alpha = \cos(\alpha+\beta). \end{cases}$ $\alpha \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi.$

$\boxed{\text{П74}}$ $\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 10; \\ 3x + 7y + 4z = 3; \\ x + 2y + 2z = 3. \end{cases}$

$\boxed{\text{П75}}$ $\begin{cases} 5x - 6y + 4z = 3; \\ 3x - 3y + 2z = 2; \\ 4x - 5y + 2z = 1. \end{cases}$

Вычислить обратные матрицу через присоединённые, сделать проверку:

$\boxed{\text{П843}}$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}.$ $\boxed{\text{П844}}$ $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}.$

Вычислить определитель приведением к треугольному виду, обобщить результат на D_n:

$\boxed{\text{П279}}$ $D_5 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & 0 & 3 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & 0 & 4 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & 0 & 5 \\ -1 & -2 & -3 & -4 & 0 \end{vmatrix}.$ $\boxed{\text{П283}}$ $D_4 = \begin{vmatrix} b & a & a & a \\ a & b & a & a \\ a & a & b & a \\ a & a & a & b \end{vmatrix}.$