

**9-е занятие. Деление отрезка в заданном отношении.
Скалярное, векторное и смешанное произведения
Линейная алгебра, прикл. матем., 1-й семестр**

Скалярное произведение

А1 Даны координаты вершин треугольника ABC: $A(-1; 5; -5)$, $B(3; 1; -7)$, $C(-1; 6; -4)$. Найти $\angle BAC$.

Ц1040 Найти длину вектора $\vec{a} = 3\vec{m} - 4\vec{n}$, зная, что \vec{m} и \vec{n} — взаимно перпендикулярные орты.

Проекция вектора

А2 Найти проекцию вектора $\vec{a} = (-2; 5; -3)$ на вектор $\vec{b} = (-2; 4; 4)$.

Деление отрезка в заданном отношении

Ц62 Даны вершины треугольника: $A(3; -7)$, $B(5; 2)$, $C(-1; 0)$. Найти середины его сторон.

А3 Даны вершины треугольника: $A(-2; 2; 4)$, $B(-2; 7; -3)$, $C(0; -3; 7)$. Найти \overrightarrow{AM} и $|\overrightarrow{AM}|$, где AM — медиана треугольника ABC.

А4 Даны координаты вершин треугольника: $A(4; -2)$, $B(0; -5)$, $C(2; -2)$. Найти \overrightarrow{AD} , где AD — биссектриса угла A треугольника ABC.

Векторное произведение

А5 Вычислить площадь $\triangle ABC$, зная векторы $\overrightarrow{AB} = (0; 3; -4)$ и $\overrightarrow{BC} = (1; -1; 1)$.

Смешанное произведение

А6 Вычислить объём параллелепипеда, построенного на трёх данных векторах $\vec{a} = (3; -3; -8)$, $\vec{b} = (3; 1; -11)$ и $\vec{c} = (2; 8; -7)$.

А7 Вычислить объём пирамиды, зная координаты её вершин $A(3, -1, 4)$, $B(-1, 4, -2)$, $C(1, -2, -1)$, $D(-3, 0, -4)$.

Коллинеарность, перпендикулярность и компланарность

А8 Выяснить, являются ли коллинеарными следующие векторы:
1. $\vec{a} = (-2; 3; -5)$, $\vec{b} = (4; -6; 10)$; 2. $\vec{a} = (1; -4; 2)$, $\vec{b} = (-3; 12; -3)$.

А9 Выяснить, являются ли перпендикулярными следующие векторы:
1. $\vec{a} = (-2; 3; 5)$, $\vec{b} = (4; 1; 1)$; 2. $\vec{a} = (5; 4; -2)$, $\vec{b} = (-3; 2; -3)$.

А10 Выяснить, являются ли компланарными следующие векторы:

а) $\vec{a} = (1; -2; 0)$, $\vec{b} = (3; -5; -1)$, $\vec{c} = (-2; 3; 1)$;

б) $\vec{a} = (-2; 1; -1)$, $\vec{b} = (0; -3; -1)$, $\vec{c} = (-2; 4; 1)$.

Домашнее задание № 9

Линейная алгебра, прикл. матем., 1-й семестр

А1 Даны векторы $\vec{a} = (1; -2; 3)$, $\vec{b} = (1; 4; -1)$, $\vec{c} = (5; 1; 2)$. Проверить равенство:

$$|(\vec{a} \vec{b} \vec{c})| = \sqrt{\begin{vmatrix} \vec{a}^2 & \vec{a} \vec{b} & \vec{a} \vec{c} \\ \vec{b} \vec{a} & \vec{b}^2 & \vec{b} \vec{c} \\ \vec{c} \vec{a} & \vec{c} \vec{b} & \vec{c}^2 \end{vmatrix}}$$

Ц62* Вычислить длину медиан треугольника, зная координаты его вершин: $A(3; -2)$, $B(5; 2)$, $C(-1; 4)$.

Ц67 Даны три вершины параллелограмма: $A(4; 2)$, $B(5; 7)$, $C(-3; 4)$. Найти четвёртую вершину D , противолежащую вершине B .

Ц69 На луче, выходящем из начала координат и проходящем через точку $M(4; 3)$, найти точку P , расстояние которой от начала координат равно 9.

Ц70 Найти точку пересечения медиан треугольника, зная координаты его вершин: $A(1; 4)$, $B(-5; 0)$, $C(-2; -1)$.

Ц73 Даны координаты вершин треугольника $A(4; 1)$, $B(7; 5)$, $C(-4; 7)$. Найти точку пересечения биссектрисы угла A с противолежащей стороной BC .

Ц1075 Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{AB} = \vec{m} + 2\vec{n}$ и $\vec{AD} = \vec{m} - 3\vec{n}$, где $|\vec{m}| = 5$, $|\vec{n}| = 3$ и $\widehat{m \ n} = \pi/6$.

Ц1105 Зная одну из вершин треугольника $A(2; -5; 3)$ и векторы, совпадающие с двумя его сторонами $\vec{AB} = (4; 1; 2)$ и $\vec{BC} = (3; -2; 5)$, найти остальные вершины и сторону \vec{CA} .

Ц1116 Зная векторы, совпадающие с двумя сторонами треугольника $\vec{AB} = (2; 1; -2)$ и $\vec{BC} = (3; 2; 6)$, вычислить углы этого треугольника.

Ц1116* Вычислить площадь треугольника задачи **Ц1116**.

Ц1117 Вычислить объём параллелепипеда, построенного на трёх данных векторах $\vec{P} = (3; 1; -2)$, $\vec{Q} = (-4; 0; 3)$ и $\vec{R} = (1; 5; -1)$, и исследовать, образуют ли векторы левую или правую тройку.