Лабораторная работа № 1, вариант № 666
Алгебра и геометрия, прикл. матем., 1-й семестр

Решить следующие СЛАУ методом Гаусса-Жордана. Для неопределённых систем находить общее решение и какое-нибудь частное решение. Делать проверку для частного решения.

$$\boxed{\text{A1}}\quad \begin{cases} -3x_1 - 4x_2 - 7x_3 + 6x_4 = -1; \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 1; \\ -2x_1 - 2x_2 - 3x_3 + 2x_4 = 3; \\ -x_1 - 2x_2 - x_3 + 4x_4 = 3. \end{cases}$$

$$\boxed{\text{A2}}\quad \begin{cases} -8x_1 - 8x_3 - 4x_4 = 4; \\ -3x_1 + 3x_2 + 7x_3 + 3x_4 = 2; \\ 2x_1 + 2x_3 + x_4 = -1; \\ -7x_1 + 3x_2 + 3x_3 + x_4 = 4. \end{cases}$$

$$\boxed{\text{A3}}\quad \begin{cases} 2x_1 + x_2 + x_3 = -3; \\ 2x_2 + 3x_3 = 2; \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -2; \\ x_1 - x_3 = -8. \end{cases}$$

$\boxed{\text{A4}}$ Для матриц A, B, C проверить выполнение следующих свойств:

$$(AB)C = A(BC), \qquad (AC)^T = C^T A^T.$$

Выяснить, являются ли матрицы A и B перестановочными.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{A5}}$ Для следующих матриц A, B, C решить уравнение $AX + XB = C$:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 16 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{A6}}$ Для следующих матриц A, B, C решить уравнение $AXB = C$:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}, \qquad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}, \qquad C = \begin{pmatrix} 18 & -2 \\ -6 & -11 \end{pmatrix}.$$

Образец оформления решения.

Лаб. раб. № 1
Студентов И. О., группа 1.13. Вариант № 666

A1	A2	A3	A4	A5	A6	итог

$\boxed{\text{A1}}$

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} -3 & -4 & -7 & 6 & -1 \\ 1 & 1 & 3 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -3 & 2 & 3 \\ -1 & -2 & -1 & 4 & 3 \end{array}\right) \begin{array}{c} C_1 := C_1 + 3C_2 \\ C_3 := C_3 + 2C_2 \\ C_4 := C_4 + C_2 \\ \sim \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 0 & -1 & 2 & 3 & 2 \\ \boxed{1} & 1 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & -1 & 2 & 3 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{c} C_1 := -C_1 \\ C_4 := C_4 + C_1 \\ \sim \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 0 & \boxed{1} & -2 & -3 & -2 \\ \boxed{1} & 1 & 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 0 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{array}\right).$$

Возникло уравнение вида «$0 = 1$». Система несовместна.

$\boxed{\text{A2}}$

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} -8 & 0 & -8 & -4 & 4 \\ -3 & 3 & 7 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ -7 & 3 & 3 & 1 & 4 \end{array}\right) \begin{array}{c} C_1 := C_1 + 4C_3 \\ C_2 := C_2 - 3C_3 \\ C_4 := C_4 - C_3 \\ \sim \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & 3 & 1 & 0 & 5 \\ 2 & 0 & 2 & 1 & -1 \\ -9 & 3 & 1 & 0 & 5 \end{array}\right) \begin{array}{c} C_3 := C_3 - 2C_2 \\ C_4 := C_4 - C_2 \\ \sim \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -9 & 3 & \boxed{1} & 0 & 5 \\ 20 & -6 & 0 & \boxed{1} & -11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}\right).$$

Система совместная, неопределённая ($n = 4$, $r = 2$).

$$\begin{aligned} x_3 &= 9x_1 - 3x_2 + 5, \\ x_4 &= -20x_1 + 6x_2 - 11. \end{aligned}$$

Ответ (общее решение):

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ 9x_1 - 3x_2 + 5 \\ -20x_1 + 6x_2 - 11 \end{pmatrix} \qquad (x_1, x_2 \in \mathbb{R}).$$

Частное решение (при $x_1 = 1$, $x_2 = 4$):

$$x_{\text{част}} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ 2 \\ -7 \end{pmatrix}.$$

Проверка для ч. р.:

$$\begin{array}{rcrcrcrcrl} -8 & + & 0 & - & 16 & + & 28 & = & 4 & \checkmark \\ -3 & + & 12 & + & 14 & - & 21 & = & 2 & \checkmark \\ 2 & + & 0 & + & 4 & - & 7 & = & -1 & \checkmark \\ -7 & + & 12 & + & 6 & - & 7 & = & 4 & \checkmark \end{array}$$

$\boxed{\text{А3}}$

$$\left(\begin{array}{rrr|r} 2 & 1 & 1 & -3 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & -3 & -2 \\ 1 & 0 & -1 & -8 \end{array}\right) \underset{\sim}{\begin{array}{c} C_1 := C_1 - 2C_3 \\ C_4 := C_4 - C_3 \end{array}}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ \boxed{1} & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 2 & 2 & -6 \end{array}\right) \underset{\sim}{C_4 := C_4/2}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 5 & 7 & 1 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \\ \boxed{1} & -2 & -3 & -2 \\ 0 & 1 & 1 & -3 \end{array}\right) \underset{\sim}{\begin{array}{c} C_1 := C_1 - 5C_4 \\ C_2 := C_2 - 2C_4 \\ C_3 := C_3 + 2C_4 \end{array}}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 0 & 2 & 16 \\ 0 & 0 & 1 & 8 \\ \boxed{1} & 0 & -1 & -8 \\ 0 & \boxed{1} & 1 & -3 \end{array}\right) \underset{\sim}{\begin{array}{c} C_1 := C_1 - 2C_2 \\ C_3 := C_3 + C_2 \\ C_4 := C_4 - C_2 \end{array}}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrr|r} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 8 \\ \boxed{1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \boxed{1} & 0 & -11 \end{array}\right).$$

Система совместная, определённая ($n = 3$, $r = 3$).

$$x_1 = 0, \qquad x_2 = -11, \qquad x_3 = 8.$$

Ответ:

$$x = \begin{pmatrix} 0 \\ -11 \\ 8 \end{pmatrix}.$$

Проверка:

$$\begin{array}{rcrcrcrl} 0 & - & 11 & + & 8 & = & -3; & \checkmark \\ 0 & - & 22 & + & 24 & = & 2; & \checkmark \\ 0 & + & 0 & - & 8 & = & -8; & \checkmark \\ 0 & - & 11 & + & 8 & = & -3. & \checkmark \end{array}$$

$\boxed{\text{A4}}$

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Найдём AB, затем $(AB)C$:

$$\begin{aligned} AB &= \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -3+6+4 & 0-6+2 & -2+6+6 \\ -3-2+4 & 0+2+2 & -2-2+6 \\ 6+8+6 & 0-8+3 & 4+8+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 10 \\ -1 & 4 & 2 \\ 20 & -5 & 21 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (AB)C &= \begin{pmatrix} 7 & -4 & 10 \\ -1 & 4 & 2 \\ 20 & -5 & 21 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -21+8+30 & 0-8-20 & -14-12-10 & -7-16+30 \\ 3-8+6 & 0+8-4 & 2+12-2 & 1+16+6 \\ -60+10+63 & 0-10-42 & -40-15-21 & -20-20+63 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} 17 & -28 & -36 & 7 \\ 1 & 4 & 12 & 23 \\ 13 & -52 & -76 & 23 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Теперь вычислим BC и $A(BC)$:

$$\begin{aligned} BC &= \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -9+0+6 & 0+0-4 & -6+0-2 & -3+0+6 \\ -6+4+6 & 0-4-4 & -4-6-2 & -2-8+6 \\ -6-2+9 & 0+2-6 & -4+3-3 & -2+4+9 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -3 & -4 & -8 & 3 \\ 4 & -8 & -12 & -4 \\ 1 & -4 & -4 & 11 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

$$A(BC) = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & -4 & -8 & 3 \\ 4 & -8 & -12 & -4 \\ 1 & -4 & -4 & 11 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3+12+2 & 4-24-8 & 8-36-8 & -3-12+22 \\ 3-4+2 & 4+8-8 & 8+12-8 & -3+4+22 \\ -6+16+3 & -8-32-12 & -16-48-12 & 6-16+33 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 17 & -28 & -36 & 7 \\ 1 & 4 & 12 & 23 \\ 13 & -52 & -76 & 23 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $(AB)C = A(BC)$. $\checkmark$

Вычислим $(AC)^{\mathsf{T}}$ и $C^{\mathsf{T}}A^{\mathsf{T}}$:

$$AC = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 & -1 \\ -2 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & -2 & -1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3-6+6 & 0+6-4 & 2+9-2 & 1+12+6 \\ 3+2+6 & 0-2-4 & 2-3-2 & 1-4+6 \\ -6-8+9 & 0+8-6 & -4+12-3 & -2+16+9 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 2 & 9 & 19 \\ 11 & -6 & -3 & 3 \\ -5 & 2 & 5 & 23 \end{pmatrix}.$$

$$(AC)^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} 3 & 11 & -5 \\ 2 & -6 & 2 \\ 9 & -3 & 5 \\ 19 & 3 & 23 \end{pmatrix}.$$

$$C^{\mathsf{T}}A^{\mathsf{T}} = \begin{pmatrix} -3 & -2 & 3 \\ 0 & 2 & -2 \\ -2 & 3 & -1 \\ -1 & 4 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 3 & -1 & 4 \\ 2 & 2 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 3-6+6 & 3+2+6 & -6-8+9 \\ 0+6-4 & 0-2-4 & 0+8-6 \\ 2+9-2 & 2-3-2 & -4+12-3 \\ 1+12+6 & 1-4+6 & -2+16+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 11 & -5 \\ 2 & -6 & 2 \\ 9 & -3 & 5 \\ 19 & 3 & 23 \end{pmatrix}.$$

Видим, что $(AC)^{\mathsf{T}} = C^{\mathsf{T}}A^{\mathsf{T}}$. $\checkmark$

Найдём AB и BA.

$$AB = \begin{pmatrix} 7 & -4 & 10 \\ -1 & 4 & 2 \\ 20 & -5 & 21 \end{pmatrix}.$$

$$BA = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 2 \\ 2 & -2 & 2 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -3+0+4 & 9+0+8 & 6+0+6 \\ -2+2+4 & 6+2+8 & 4-4+6 \\ -2-1+6 & 6-1+12 & 4+2+9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 17 & 12 \\ 4 & 16 & 6 \\ 3 & 17 & 15 \end{pmatrix}.$$

Частичная проверка ($\mathrm{tr}(AB) = \mathrm{tr}(BA)$):

$$\mathrm{tr}(AB) = 7 + 4 + 21 = 32, \qquad \mathrm{tr}(BA) = 1 + 16 + 15 = 32. \qquad \checkmark$$

Матрицы A и B не перестановочны: $AB \neq BA$.

$\boxed{\text{A5}}$ Ищем матрицу X в виде $X = \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}$.

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} x & y \\ z & t \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 16 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} x-2z & y-2t \\ -2x+5z & -2y+5t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3x-y & 2x-y \\ 3z-t & 2z-t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 16 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 4x-y-2z & 2x-2t \\ -2x+8z-t & -2y+2z+4t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 16 \end{pmatrix}.$$

Получаем систему:

$$\begin{cases} 4x - y - 2z = 7; \\ 2x - 2t = -2; \\ -2x + 8z - t = 1; \\ -2y + 2z + 4t = 16. \end{cases}$$

Записываем расшир. матрицу системы и решаем методом Гаусса-Жордана:

$$\left(\begin{array}{rrrr|r} 4 & -1 & -2 & 0 & 7 \\ 2 & 0 & 0 & -2 & -2 \\ -2 & 0 & 8 & -1 & 1 \\ 0 & -2 & 2 & 4 & 16 \end{array}\right) \begin{array}{c} C_4 := C_4 - 2C_1 \\ C_1 := -C_1 \\ C_2 := C_2/2 \\ C_4 := C_4/2 \\ \sim \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} -4 & \boxed{1} & 2 & 0 & -7 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & -1 \\ -2 & 0 & 8 & -1 & 1 \\ -4 & 0 & 3 & 2 & 1 \end{array}\right) \begin{array}{c} C_1 := C_1 + 4C_2 \\ C_2 := C_2 + 2C_3 \\ C_4 := C_4 + 4C_2 \\ \sim \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 0 & \boxed{1} & 2 & -4 & -11 \\ \boxed{1} & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 8 & -3 & -1 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -3 \end{array}\right) \begin{array}{c} C_3 := C_3 - 2C_4 \\ \sim \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{rrrr|r} 0 & \boxed{1} & 2 & -4 & -11 \\ \boxed{1} & 0 & 0 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 3 & -2 & -3 \end{array}\right) \begin{array}{c} C_1 := C_1 + 4C_3 \\ C_2 := C_2 + C_3 \\ C_4 := C_4 + 2C_3 \\ \sim \end{array}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & \boxed{1} & 10 & 0 & 9 \\ \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & \boxed{1} & 5 \\ 0 & 0 & 7 & 0 & 7 \end{array}\right) \quad \underset{\sim}{C_4 := C_4/7}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & \boxed{1} & 10 & 0 & 9 \\ \boxed{1} & 0 & 2 & 0 & 4 \\ 0 & 0 & 2 & \boxed{1} & 5 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}\right) \quad \underset{\sim}{\begin{array}{c} C_1 := C_1 - 10C_4 \\ C_2 := C_2 - 2C_4 \\ C_3 := C_3 - 2C_4 \end{array}}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cccc|c} 0 & \boxed{1} & 0 & 0 & -1 \\ \boxed{1} & 0 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & \boxed{1} & 3 \\ 0 & 0 & \boxed{1} & 0 & 1 \end{array}\right).$$

Отсюда

$$x = 2, \quad y = -1, \quad z = 1, \quad t = 3.$$

Ответ:

$$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Проверка:

$$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & -7 \\ 1 & 17 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 7 & 5 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7 & -2 \\ 1 & 16 \end{pmatrix}. \quad \checkmark$$

$\boxed{\text{A6}}$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -2 \\ -6 & -11 \end{pmatrix}.$$

Обозначим XB через Y и сначала решим матричное уравнение $AY = C$:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 0 & 18 & -2 \\ 2 & 3 & -6 & -11 \end{array}\right) \overset{C_1 := C_1/2}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 9 & -1 \\ 2 & 3 & -6 & -11 \end{array}\right) \overset{C_2 := C_2 - 2C_1}{\sim}$$

$$\left(\begin{array}{cc|cc} \boxed{1} & 0 & 9 & -1 \\ 0 & 3 & -24 & -9 \end{array}\right) \overset{C_2 := C_2/3}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} \boxed{1} & 0 & 9 & -1 \\ 0 & \boxed{1} & -8 & -3 \end{array}\right).$$

Итак, $XB = D$, где $D = \begin{pmatrix} 9 & -1 \\ -8 & -3 \end{pmatrix}$.

Матричное ур-е $XB = D$ равносильно матр. ур-ю $B^T X^T = D^T$. Решим его:

$$\left(\begin{array}{cc|cc} 2 & 3 & 9 & -8 \\ -1 & 2 & -1 & -3 \end{array}\right) \overset{\substack{C_1 := C_1 + 2C_2 \\ C_2 := -C_2}}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 7 & 7 & -14 \\ \boxed{1} & -2 & 1 & 3 \end{array}\right) \overset{C_1 := C_1/7}{\sim}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & 1 & 1 & -2 \\ \boxed{1} & -2 & 1 & 3 \end{array}\right) \overset{C_2 := C_2 + 2C_1}{\sim} \left(\begin{array}{cc|cc} 0 & \boxed{1} & 1 & -2 \\ \boxed{1} & 0 & 3 & -1 \end{array}\right) \overset{C_1 \leftrightarrow C_2}{\sim}$$

$$\sim \left(\begin{array}{cc|cc} \boxed{1} & 0 & 3 & -1 \\ 0 & \boxed{1} & 1 & -2 \end{array}\right).$$

Получили

$$X^T = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Ответ:

$$X = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Проверка:

$$AX = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -1 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix},$$

$$AXB = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & -4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 18 & -2 \\ -6 & -11 \end{pmatrix}. \quad \checkmark$$