

Мех.-мат. Алгебра, 1-й семестр

4-е занятие. Перестановки. Определители

ФСС 130 Определить число инверсий в перестановках:

$$a) 1, 3, 4, 7, 8, 2, 6, 9, 5; \quad b) 2, 1, 7, 9, 8, 6, 3, 5, 4;$$

$$c) 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. \quad \text{Ответы: } 10, 18, 36.$$

127 $1, 3, 5, 7, \dots, 2n - 1, 2, 4, 6, \dots, 2n.$

136 В какой перестановке чисел $1, 2, \dots, n$ число инверсий наибольшее и чему оно равно?

Найти число инверсий и сигнатуру следующих подстановок:

$$\boxed{151} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 4 & 1 & 5 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \boxed{153} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ 8 & 1 & 3 & 6 & 5 & 7 & 4 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти композиции следующих подстановок:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 1 & 5 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 2 & 5 \end{pmatrix}.$$

Подстановки 3-го порядка: сигнатуры, таблица умножения.

ФСС 138 С каким знаком в \det 6-го порядка входят произведения:

$$a_{23}a_{31}a_{42}a_{56}a_{14}a_{65}, \quad a_{32}a_{43}a_{14}a_{51}a_{66}a_{25}.$$

A1 С каким знаком в \det n -го порядка входят произведения:

$$a_{11}a_{22} \cdot \dots \cdot a_{nn}, \quad a_{1n}a_{2,n-1} \cdot \dots \cdot a_{n1}.$$

203 Пользуясь только определением, вычислить определитель верхнетреугольной матрицы.

A2 С помощью элем. преобразований вычислить определители:

$$\begin{vmatrix} 2 & 4 & 3 & 4 \\ -3 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 & -3 \\ 1 & 4 & 3 & -1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 2 & -4 & -1 & -2 \\ 4 & -1 & 3 & -3 \\ -1 & 3 & 3 & -1 \\ 4 & -5 & -1 & 2 \end{vmatrix}.$$

Домашнее задание по алгебре № 4

Мех.-мат., 1-й семестр

Определить число инверсий в перестановках:

$$\boxed{123} \quad 2, 3, 5, 4, 1. \quad \boxed{124} \quad 6, 3, 1, 2, 5, 4.$$

$$\boxed{128} \quad 2, 4, 6, 8, \dots, 2n, 1, 3, 5, \dots, 2n - 1.$$

Найти число инверсий и сигнатуру следующих подстановок:

$$\boxed{152} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 6 & 5 & 1 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}, \quad \boxed{156} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 4 & 5 & 6 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\boxed{154} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 8 & 9 & 2 & 1 & 4 & 3 & 6 & 7 \end{pmatrix},$$

$$\boxed{158} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & \dots & 3n-2 & 3n-1 & 3n \\ 3 & 2 & 1 & 6 & 5 & 4 & \dots & 3n & 3n-1 & 3n-2 \end{pmatrix}.$$

Перемножить подстановки (т. е. найти их композиции):

$$\boxed{169} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 4 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}, \quad \boxed{170} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 5 & 3 & 4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 4 & 5 & 1 & 3 \end{pmatrix},$$

$$\boxed{171} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 1 & 5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 5 & 1 & 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad \boxed{173} \quad \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 1 & 2 \end{pmatrix}^3.$$

[A1] Построить таблицу умножения для группы S_3 (т. е. для группы симметрий правильного треугольника).

Выяснить, какие из приведённых ниже произведений входят в определители соответствующих порядков и с какими знаками:

$$\boxed{188} \quad a_{43}a_{21}a_{35}a_{12}a_{54}, \quad \boxed{189} \quad a_{61}a_{23}a_{45}a_{36}a_{12}a_{54},$$

$$\boxed{190} \quad a_{27}a_{36}a_{51}a_{74}a_{25}a_{43}a_{62}.$$

204 Пользуясь только определением, вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 0 & \dots & 0 & 0 & a_{1n} \\ 0 & \dots & 0 & a_{2,n-1} & a_{2n} \\ 0 & \dots & a_{3,n-2} & a_{2,n-1} & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & \dots & a_{n,n-2} & a_{n,n-1} & a_{nn} \end{vmatrix},$$

в котором все элементы сверху от побочной диагонали равны нулю (формально: если $i + j < n + 1$, то $a_{ij} = 0$).

С помощью элементарных преобразований вычислить определители:

$$\begin{matrix} \boxed{259} & \begin{vmatrix} 2 & -5 & 1 & 2 \\ -3 & 7 & -1 & 4 \\ 5 & -9 & 2 & 7 \\ 4 & -6 & 1 & 2 \end{vmatrix}, & \boxed{262} & \begin{vmatrix} 2 & -5 & 4 & 3 \\ 3 & -4 & 7 & 5 \\ 4 & -9 & 8 & 5 \\ -3 & 2 & -5 & 3 \end{vmatrix}. \end{matrix}$$

Ответы: $\boxed{259} -9$; $\boxed{262} 4$.