

Мех.-мат. Алгебра, 1-й семестр

6-е занятие. Определители. Повторение

$$\boxed{271} \begin{vmatrix} 5 & -2 & 4 & -1 \\ 2 & 0 & 1 & -1 \\ -2 & 2 & -1 & 2 \\ -2 & -2 & 2 & 1 \end{vmatrix}. \quad \text{Ответ: } -24.$$

Вычислить определители приведением к треугольному виду. Обобщить результат на случай произвольного порядка n . Сделать проверку при $n = 3$.

$$\boxed{280} D_4 = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 4 \\ 3 & 4 & 4 & 4 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \end{vmatrix}, \quad \boxed{286} a_{ij} = \max(i, j),$$

$$\boxed{296} D_4 = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & a_3 \\ -y_1 & x_1 & 0 & 0 \\ 0 & -y_2 & x_2 & 0 \\ 0 & 0 & -y_3 & x_3 \end{vmatrix}, \quad \boxed{A1} V(x_1, x_2, x_3) = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ x_1 & x_2 & x_3 \\ x_1^2 & x_2^2 & x_3^2 \end{vmatrix}.$$

$\boxed{A2}$ Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 - x_5 = -1; \\ -x_1 - 4x_2 + x_3 + 3x_4 + 4x_5 = 7; \\ 3x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 4; \\ 2x_1 + 5x_2 - 6x_4 - x_5 = -2. \end{cases}$$

Решить матричные уравнения:

$$\boxed{A3} X \begin{pmatrix} -4 & 3 & 4 \\ 3 & -5 & -2 \\ -1 & 1 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & 18 & 8 \\ -21 & 23 & 6 \\ -11 & 22 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\boxed{A4} \begin{pmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} -1 & -3 & -5 \\ -3 & -1 & 6 \\ 2 & -2 & -11 \end{pmatrix}.$$

Домашнее задание по алгебре № 6

Мех.-мат., 1-й семестр

270 Вычислить определитель:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 3 & 7 & 10 & 13 \\ 3 & 5 & 11 & 16 & 21 \\ 2 & -7 & 7 & 7 & 2 \\ 1 & 4 & 5 & 3 & 10 \end{vmatrix}.$$

Вычислить следующие определители произвольного порядка. Схема решения: провести выкладки для определителя 4-го порядка, затем записать формулу для произвольного n . Сделать проверку, вычислив определитель третьего порядка по определению.

$$279 \quad D_n = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n \\ -1 & 0 & 3 & \dots & n \\ -1 & -2 & 0 & \dots & n \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ -1 & -2 & -3 & \dots & 0 \end{vmatrix}.$$

288* Вычислить определитель порядка n , элементы которого заданы условиями $a_{ij} = |i - j|$.

В следующих задачах определители имеют порядок $n + 1$.

$$282 \quad D_{n+1} = \begin{vmatrix} 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ a_1 & \dots & a_1 & a_1 - b_1 & a_1 \\ a_2 & \dots & a_2 - b_2 & a_2 & a_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_n - b_n & \dots & a_n & a_n & a_n \end{vmatrix}.$$

$$284 \quad D_{n+1} = \begin{vmatrix} a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_n \\ -x & x & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -x & x & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & x \end{vmatrix}.$$

(Повторение.) Решить системы уравнений:

$$\boxed{\text{A1}} \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 - 2x_5 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 + x_5 = 4 \\ -x_1 + 4x_2 - 4x_3 - 5x_4 + 5x_5 = 2 \\ 4x_1 + 5x_2 + x_3 + 2x_4 + 4x_5 = 7 \end{cases}$$

Из задачника Х. Д. Икрамова:

$$\boxed{4.5.18} \begin{cases} 24x_1 + 9x_2 + 33x_3 - 15x_4 & = 21, \\ 8x_1 + 3x_2 + 11x_3 - 5x_4 & = 7, \\ 40x_1 + 15x_2 + 55x_3 - 25x_4 + 213x_5 & = 35, \\ 56x_1 + 21x_2 + 77x_3 - 35x_4 + 197x_5 & = 49. \end{cases}$$

Ответ: $x_1 = \frac{7}{8} - \frac{3}{8}x_2 - \frac{11}{8}x_3 + \frac{5}{8}x_4$, $x_5 = 0$.

$\boxed{\text{A2}}$ Найти обратную матрицу двумя способами (методом Гаусса и через присоединённую):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -5 & 1 & -3 \\ 1 & -6 & 2 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{866}$ Решить матричное уравнение:

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \end{pmatrix} \cdot X \cdot \begin{pmatrix} 9 & 7 & 6 \\ 1 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 18 & 12 & 9 \\ 23 & 15 & 11 \end{pmatrix}.$$

Указание. Исходное уравнение можно записать в виде $AXB = C$. Решить сначала $YB = C$, затем $AX = Y$.

$\boxed{\text{A3}}$ Решить матричное уравнение (неопределённый случай):

$$\begin{pmatrix} -2 & 1 & 5 \\ 1 & -2 & -2 \\ 1 & -5 & -1 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 13 & 4 & 6 \\ -5 & -5 & -4 \\ -2 & -11 & -6 \end{pmatrix}.$$