

# Алгебра и аналит. геометрия, 1-й семестр

## 1-е занятие. Координаты точки на прямой

### Величины отрезков

≈16] Найти величины отрезков, определяемых точками  $A(-1)$  и  $B(+4)$ ;  $C(+2)$  и  $D(-1)$ ;  $K(-2)$  и  $O(0)$ ;  $M(-4)$  и  $N(-7)$ . (Первая точка обозначает начало отрезка, вторая — его конец.)

≈17] Найти координату точки  $P$ , зная расстояние её от данной точки  $Q$ : 1)  $Q(+3)$  и  $PQ = -7$ ; 2)  $Q(-6)$  и  $PQ = +4$ .

≈ 4] Найти координату точки, симметричной с точкой  $A(-2)$ , относительно: 1) начала координат; 2) точки  $B(3)$ ; 3) точки  $C(-8)$ .

### Преобразования координат

≈5] Дана точка:  $A(+12)$ . Определить координаты этой точки при условии, что единица длины будет взята: 1) втрое больше первоначальной, 2) вдвое меньше первоначальной, 3) так, что  $e' : e = 5 : 2$ . Сделать то же самое для точки  $B(+5)$ .

≈8] Каковы будут координаты точек:  $A(+3)$ ,  $B(-5)$ ,  $C(0)$  после того, как начало координат будет перенесено: 1) в точку  $O_1(-2)$ ; 2) в точку  $O_2(6)$  ?

10] Проверка термометра обнаружила, что ртуть поднимается до  $+96^\circ$  при измерении температуры кипения воды и опускается только до  $+1^\circ$  при измерении температуры таяния льда. Как вычислять истинную температуру в градусах Цельсия, пользуясь показаниями этого термометра?

≈12] Преобразовать систему координат так, чтобы точка  $A(+3)$  сохранила свою координату, а точки, симметричные по отношению к ней, обменялись своими координатами.

13, 1–4] Какое произведено преобразование координат, если первоначальная координата  $x$  любой точки прямой связана с новой координатой  $x'$  той же точки одним из следующих равенств:

1)  $x = 5x'$ ; 2)  $x = -3x'$ , 3)  $x = 2x' - 1$ ; 4)  $x = -x' + 3$  ?

≈14] Преобразовать систему координат так, чтобы точки, имевшие координаты  $-2$  и  $+4$ , получили новые координаты  $1$  и  $-2$ .

## Отношение, в котором точка делит отрезок

18 Даны три точки:  $A(2)$ ,  $B(-6)$ ,  $C(-3)$ . Найти отношение, в котором каждая из этих точек делит отрезок между двумя другими.

19, часть Найти точку  $M$ , делящую отрезок между точками  $A(-1, 5)$  и  $B(+7, 5)$  в отношении  $\lambda$ , причём  $\lambda$  принимает значение  $1; 0,5; -1; 2$ .

21, часть Даны три точки:  $A(-3)$ ,  $B(+1)$  и  $C(+2)$ . Найти четвёртую гармоническую к точке  $C$  по отношению к  $A$  и  $B$ .

## Приложение к механике (момент силы)

23 Горизонтальная балка длиной в  $3$  м и весом в  $80$  кг свободно лежит своими концами на двух неподвижных опорах  $A$  и  $B$ . На каком расстоянии от конца  $A$  нужно поместить груз в  $200$  кг, чтобы давление на опору  $B$  было равно  $110$  кг?

Ответ:  $x = 1,05$  м.

## Домашнее задание № 1

### по алгебре и аналит. геометрии, 1-й семестр

Задачник: О. Н. Цубербиллер “Задачи и упражнения по аналитической геометрии”.

### Величины отрезков

16] Найти величины отрезков, определяемых точками  $A(-2)$  и  $B(+5)$ ;  $C(+3)$  и  $D(-8)$ ;  $E(-1)$  и  $F(-4)$ ;  $O(0)$  и  $G(+6)$ ;  $G(+6)$  и  $O(0)$ ;  $K(-3)$  и  $O(0)$ ;  $M(-5)$  и  $N(-2)$ . (Первая точка обозначает начало отрезка, вторая — его конец.)

17] Найти координату точки  $P$ , зная расстояние её от данной точки  $Q$ : 1)  $Q(+2)$  и  $PQ = -5$ ; 2)  $Q(-7)$  и  $PQ = +2$ ; 3)  $Q(-3)$  и  $QP = -1$ ; 4)  $Q(+1)$  и  $QP = +8$ .

4] Найти координату точки, симметричной с точкой  $A(+3)$ , относительно: 1) начала координат; 2) точки  $B(-2)$ ; 3) точки  $C(+5)$ .

### Преобразование системы координат

5] Даны точки:  $A(+9)$ ,  $B(+5)$ ,  $C(-3)$ ,  $D(-8)$  и  $M(x)$ . Определить координаты этих же точек при условии, что единица длины будет взята: 1) втрое больше первоначальной; 2) вдвое меньше первоначальной; 3) так, что  $e' : e = 5 : 2$ .

8] Каковы будут координаты точек:  $A(+6)$ ,  $B(+2)$ ,  $C(0)$ ,  $D(-2)$ ,  $E(-7)$  и  $M(x)$  после того, как начало координат будет перенесено: 1) в точку  $O_1(+3)$ ; 2) в точку  $O_2(-5)$  ?

9] В какую точку нужно перенести начало координат, чтобы точка  $A(+7)$  получила новую координату  $x' = -1$  ?

12] Преобразовать систему координат так, чтобы точка  $A(+5)$  сохранила свою координату, а точки, симметричные по отношению к ней, обменялись своими координатами.

13, часть] Какое произведено преобразование координат, если первоначальная координата точки  $x$  любой точки прямой связана с новой координатой  $x'$  той же точки одним из следующих равенств:

5)  $x = -\frac{x'}{2} + 5$ ; 6)  $x = nx'$ ; 7)  $x = x' + a$ ; 8)  $x = nx' + a$  ?

## Отношение, в котором точка делит отрезок

18] Даны три точки:  $A(-1)$ ,  $B(+5)$ ,  $C(+3)$ . Найти отношение, в котором каждая из этих точек делит отрезок между двумя другими.

19] Найти точку  $M$ , делящую отрезок между точками  $A(-1, 5)$  и  $B(+7, 5)$  в отношении  $\lambda$ , причём  $\lambda$  принимает значение 1; 4;  $-2, 5$ ; 0;  $-1$ .

20] Найти координату точки  $B$ , зная, что точка  $C(-2)$  делит отрезок между  $A(+3, 5)$  и  $B(x)$  в отношении  $\lambda = 5/2$ .

21] Даны три точки:  $A(-3)$ ,  $B(+1)$  и  $C(+2)$ . Найти точку  $A'$ , четвёртую гармоническую к  $A$  по отношению к  $B$  и  $C$ . Затем найти точку  $B'$ , четвёртую гармоническую к  $B$  по отношению к  $A$  и  $C$ .

(Должно выполняться соотношение  $\frac{BA'}{A'C} = -\frac{BA}{AC}$ .)

## Дополнительные задания

22] Стержень рычага разделён на сантиметры и миллиметры. В точках, соответствующих делениям 23, 7 и 74, 3 см, подвешены грузы в 350 и 475 г. Определить точку стержня, под которую надо подвести опору, чтобы рычаг находился в равновесии.

25] На прямой даны две точки  $A(0)$  и  $B(1)$  и подвижная точка  $M(x)$ , делящая отрезок  $AB$  в отношении  $\lambda$ . Представить  $\lambda$  как функцию от  $x$  (т. е. найти формулу зависимости  $\lambda$  от  $x$ ) и построить её график. Отметить асимптоты графика. Какие значения принимает  $\lambda$ , когда  $x < 0$ ?  $x = 0$ ?  $0 < x < 1$ ?  $x > 1$ ?

## Ответы

12] Перенести начало координат в точку с координатой +10 и переменить направление.

20]  $B(-4, 2)$ . 21]  $A'(+1\frac{4}{9})$ ,  $B'(+3\frac{2}{3})$ . 22]  $\approx 52,8$  см.