

Алгебра и аналит. геометрия, 1-й семестр

5-е занятие. Прямая

296 Проверить, проходят ли через одну и ту же точку следующие три прямые:

$$1) 3x - y - 1 = 0, \quad 2x - y + 3 = 0, \quad x - y + 7 = 0.$$

$$2) x + 3y - 1 = 0, \quad 5x + y - 10 = 0, \quad 3x - 5y - 8 = 0.$$

298 Треугольник дан уравнениями сторон:

$$x + 2y + 3 = 0, \quad 3x - 7y + 9 = 0, \quad 5x - 3y - 11 = 0.$$

Найти уравнения его высот и проверить, что высоты пересекаются в одной точке.

A1 Найти точку M' , симметричную точке $M(6; -2)$ относительно прямой $\ell: 2x - 3y - 5 = 0$.

238 Привести к нормальному виду уравнения прямых:

$$6x + 8y - 15 = 0; \quad 4x - 3y + 10 = 0; \quad y - x\sqrt{3} = 4.$$

245 Найти расстояние точки от прямой, используя нормальное уравнение прямой:

$$1) P_1(+4; -2), \ell_1: 8x - 15y - 11 = 0;$$

$$2) P_2(+2; +7), \ell_2: 12x + 5y - 7 = 0;$$

A2 Дана прямая: $3x - 4y - 10 = 0$. Найти уравнение прямой, параллельной данной и отстоящей от неё на расстоянии $d = 3$.

261 Составить уравнения биссектрис угла, образованных двумя прямыми:

$$2x - 9y + 18 = 0, \quad 6x + 7y - 21 = 0.$$

Проверить, что эти биссектрисы перпендикулярны друг к другу.

A3 Найти уравнения прямых, проходящих через точку $(7; 1)$ на расстоянии 3 от окружности $x^2 + y^2 = 4$.

Домашнее задание № 5

Алг. и аналит. геом., 1-й семестр (прикл. мат.)

238] Привести к нормальному виду уравнения прямых и найти расстояния этих прямых от начала координат:

$$5x + 12y - 39 = 0; \quad x - 2y + 3 = 0; \quad x \cdot \cos 10^\circ + y \cdot \sin 10^\circ + 4 = 0.$$

240] Проверить, что прямые $2x + \sqrt{5}y - 15 = 0$ и $\sqrt{11}x - 5y + 30 = 0$ касаются одной и той же окружности с центром в начале координат, и вычислить радиус этого круга. (Прямая касается окружности \iff расстояние от центра окружности до прямой равно радиусу.)

249] Дан треугольник: $A(+1; +2)$, $B(+3; +7)$, $C(+5; -13)$. Вычислить длину перпендикуляра, опущенного из вершины B на медиану, проведённую из вершины A .

253*] На расстоянии 5 единиц от точки $C(+4; +3)$ провести прямую, отсекающую равные отрезки на осях прямоугольной системы координат.

256] Дана прямая: $12x + 5y - 52 = 0$. Найти уравнение прямой, параллельной данной и отстоящей от неё расстоянием $d = 2$.

262] Написать уравнения биссектрис углов, образованных прямыми: $x + 7y - 6 = 0$ и $5x - 5y + 1 = 0$.

296] Проверить, проходят ли через одну и ту же точку следующие три прямые:

$$3) \quad 3x - y + 6 = 0, \quad 4x - 3y - 5 = 0, \quad 2x - y + 5 = 0;$$

$$4) \quad 5x - 3y - 15 = 0, \quad x + 5y - 3 = 0, \quad 3x + y + 5 = 0.$$

303] Составить уравнения высот \triangle , зная уравнения его сторон:

$$2x - y + 3 = 0, \quad x + 5y - 7 = 0, \quad 3x - 2y + 6 = 0.$$

236] Дана прямая $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$ и луч, вращающийся около начала координат; точку их пересечения обозначим через P . На луче откладывается от начала координат отрезок OM так, чтобы отрезки OM и OP находились в постоянном отношении λ , т. е. $\frac{OM}{OP} = \lambda$. Определить геометрическое место точек M .

Интересные задачи на прямые

310* В равнобедренном треугольнике известно уравнение основания $x - 2y + 3 = 0$, уравнение одной из боковых сторон $4x - y + 5 = 0$ и точка $P(+1, 2; +5, 6)$ на другой боковой стороне. Вычислить: 1) расстояние боковой стороны от противоположащей вершины; 2) координаты центра тяжести; 3) площадь треугольника.

311 Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $A(+3; -4)$ и уравнения двух высот:

$$7x - 2y - 1 = 0, \quad 2x - 7y - 6 = 0.$$

311* Даны две вершины треугольника $A(+2; -3)$ и $B(+5; +1)$, уравнение стороны $BC: x + 2y - 7 = 0$ и медианы $AM: 5x - y - 13 = 0$. Составить уравнение высоты, опущенной из вершины C на сторону AB , и вычислить её длину.

312 Составить уравнения сторон треугольника, зная одну из его вершин $A(-4; +2)$ и уравнения двух медиан: $3x - 2y + 2 = 0$ и $3x + 5y - 12 = 0$.

315* Проверить, что точка пересечения высот треугольника лежит на одной прямой с точкой пересечения его медиан и с центром описанного круга. Взять, например, треугольник

$$A(+5; +8), \quad B(-2; +9), \quad C(-4; +5).$$