

Алгебра и анализ. геометрия, 1-й семестр 7-е занятие. Эллипс. Гипербола

[A1] Написать уравнение прямой, касающейся эллипса

$$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{6} = 1$$

в точке $M(2; -2)$.

[411] Вывести условие, при котором прямая $Ax + By + C = 0$ касается эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. $A^2a^2 + B^2b^2 = C^2$.

[A2] Найти те касательные к эллипсу $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$, которые параллельны прямой $4x - y + 5 = 0$.

[414] Найти общие касательные к следующим двум эллипсам:

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1 \quad \text{и} \quad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1.$$

[A3] Свойство директрис: $\frac{r_1}{d_1} = \varepsilon$. Расстояние от фокуса до директрисы.

Определение гиперболы. Фокальные радиусы для правой ветви:

$$r_1 = \varepsilon x + a, \quad r_2 = \varepsilon x - a; \quad r_1 - r_2 = 2a;$$

фокальные радиусы для левой ветви:

$$r_1 = -\varepsilon x - a, \quad r_2 = -\varepsilon x + a; \quad r_2 - r_1 = 2a.$$

[438] Построить фокусы и асимптоты гиперболы $\frac{x^2}{49} - \frac{y^2}{25} = 1$. Написать уравнение сопряжённой гиперболы.

[434] Составить уравнение гиперболы, зная фокусы $(10; 0)$, $(-10; 0)$ и одну из точек гиперболы $M(+12; +3\sqrt{5})$.

[439*] Зная уравнения асимптот гиперболы $y = \pm \frac{1}{2}x$ и одну из её точек $M(+12; +3\sqrt{3})$, составить уравнение гиперболы.

Домашнее задание № 7

Алг. и аналит. геом., 1-й семестр (прикл. мат.)

404 Провести к эллипсу $\frac{x^2}{169} + \frac{y^2}{25} = 1$ касательные, перпендикулярные к прямой $13x + 12y - 115 = 0$.

413 Эллипс касается двух прямых: $x + y = 5$ и $x - 4y = 10$. Найти уравнение этого эллипса при условии, что оси его совпадают с осями координат.

433 Составить уравнение гиперболы, оси которой совпадают с осями координат, зная, что:

- 1) расстояние между вершинами равно 8, а расстояние между фокусами 10;
- 2) вещественная полуось равна 5 и вершины делят расстояния между центром и фокусами пополам;
- 3) вещественная ось равна 6 и гипербола проходит через точку $(+9; -4)$;
- 4) гипербола проходит через две точки $P(-5; +2)$ и $Q(+2\sqrt{5}; +\sqrt{2})$.

439 Дана гипербола $\frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{16} = 1$. Требуется:

- 1) вычислить координаты фокусов;
- 2) вычислить эксцентриситет;
- 3) написать уравнения асимптот и директрис;
- 4) написать уравнение сопряжённой гиперболы и вычислить её эксцентриситет.

440* Доказать, что директриса гиперболы проходит через основание перпендикуляра, опущенного из соответствующего фокуса на асимптоту гиперболы. Вычислить длину этого перпендикуляра.

441 Вычислить полуоси гиперболы, зная, что:

- 1) расстояние между фокусами равно 8 и расстояние между директрисами равно 6;
- 2) директрисы даны уравнениями $x = \pm 3\sqrt{2}$ и угол между асимптотами — прямой;
- 3) асимптоты даны уравнениями $y = \pm 2x$ и фокусы находятся на расстоянии 5 от центра;
- 4) асимптоты даны уравнениями $y = \pm \frac{5}{3}x$ и гипербола проходит через точку $N(+6; +9)$.