Алгебра и аналит. геометрия, 1-й семестр
7-е занятие. Эллипс. Гипербола

$\boxed{\text{A1}}$ Написать уравнение прямой, касающейся эллипса

$$\frac{x^2}{12} + \frac{y^2}{6} = 1$$

в точке $M(2;-2)$.

$\boxed{411}$ Вывести условие, при котором прямая $Ax + By + C = 0$ касается эллипса $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$. $A^2a^2 + B^2b^2 = C^2$.

$\boxed{\text{A2}}$ Найти те касательные к эллипсу $\frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{4} = 1$, которые параллельны прямой $4x - y + 5 = 0$.

$\boxed{414}$ Найти общие касательные к следующим двум эллипсам:

$$\frac{x^2}{5} + \frac{y^2}{4} = 1 \qquad \text{и} \qquad \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{5} = 1.$$

$\boxed{\text{A3}}$ Свойство директрис: $\frac{r_1}{d_1} = \varepsilon$. Расстояние от фокуса до директрисы.

Определение гиперболы. Фокальные радиусы для правой ветви:

$$r_1 = \varepsilon x + a, \qquad r_2 = \varepsilon x - a; \qquad r_1 - r_2 = 2a;$$

фокальные радиусы для левой ветви:

$$r_1 = -\varepsilon x - a, \qquad r_2 = -\varepsilon x + a; \qquad r_2 - r_1 = 2a.$$

$\boxed{438}$ Построить фокусы и асимптоты гиперболы $\dfrac{x^2}{49} - \dfrac{y^2}{25} = 1$. Написать уравнение сопряжённой гиперболы.

$\boxed{434}$ Составить уравнение гиперболы, зная фокусы $(10;0)$, $(-10;0)$ и одну из точек гиперболы $M(+12;+3\sqrt{5})$.

$\boxed{439^*}$ Зная уравнения асимптот гиперболы $y = \pm\frac{1}{2}x$ и одну из её точек $M(+12;+3\sqrt{3})$, составить уравнение гиперболы.

Домашнее задание № 7
Алг. и аналит. геом., 1-й семестр (прикл. мат.)

$\boxed{404}$ Провести к эллипсу $\dfrac{x^2}{169}+\dfrac{y^2}{25}=1$ касательные, перпендикулярные к прямой $13x+12y-115=0$.

$\boxed{413}$ Эллипс касается двух прямых: $x+y=5$ и $x-4y=10$. Найти уравнение этого эллипса при условии, что оси его совпадают с осями координат.

$\boxed{433}$ Составить уравнение гиперболы, оси которой совпадают с осями координат, зная, что:
1) расстояние между вершинами равно 8, а расстояние между фокусами 10;
2) вещественная полуось равна 5 и вершины делят расстояния между центром и фокусами пополам;
3) вещественная ось равна 6 и гипербола проходит через точку $(+9;-4)$;
4) гипербола проходит через две точки $P(-5;+2)$ и $Q(+2\sqrt{5};+\sqrt{2})$.

$\boxed{439}$ Дана гипербола $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{16}=1$. Требуется:
1) вычислить координаты фокусов;
2) вычислить эксцентриситет;
3) написать уравнения асимптот и директрис;
4) написать уравнение сопряжённой гиперболы и вычислить её эксцентриситет.

$\boxed{440^*}$ Доказать, что директриса гиперболы проходит через основание перпендикуляра, опущенного из соответствующего фокуса на асимптоту гиперболы. Вычислить длину этого перпендикуляра.

$\boxed{441}$ Вычислить полуоси гиперболы, зная, что:
1) расстояние между фокусами равно 8 и расстояние между директрисами равно 6;
2) директрисы даны уравнениями $x=\pm 3\sqrt{2}$ и угол между асимптотами — прямой;
3) асимптоты даны уравнениями $y=\pm 2x$ и фокусы находятся на расстоянии 5 от центра;
4) асимптоты даны уравнениями $y=\pm\frac{5}{3}x$ и гипербола проходит через точку $N(+6;+9)$.