

Алгебра и анализ. геометрия, 1-й семестр

8-е занятие. Гипербола. Парабола

[A1] Пусть r_1 — расстояние от точки гиперболы до левого фокуса, d_1 — расстояние от этой же точки до левой директрисы. Доказать, что $\frac{r_1}{d_1} = \varepsilon$.

[452*] Дана гипербола $9x^2 - 16y^2 = 576$. Найти уравнение того диаметра, длина которого равна 20.

[A2] Найти уравнение прямой, которая касается гиперболы $\frac{x^2}{12} - \frac{y^2}{2} = 1$ в точке $(6; 2)$.

[A3] Дана гипербола $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{4} = 1$. Найти уравнения касательных, перпендикулярных прямой $3x + 2y + 1 = 0$.

[A4] Дана гипербола $\frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$. Найти уравнения касательных, проходящих через точку $(6; 3)$.

Определение параболы, её каноническое уравнение: $y^2 = 2px$.

Фокальный радиус: $r = x + \frac{p}{2}$. Касательная: $yy_1 = p(x + x_1)$.

Условие касания параболы $y^2 = 2px$ с прямой $y = kx + b$: $p = 2bk$.

[480 (1,4)] Составить уравнение параболы, зная, что:

- 1) расстояние фокуса от вершины равно 3;
- 4) парабола симметрична относительно оси y , фокус помещается в точке $(0; +2)$ и вершина совпадает с началом координат;

[482] На параболе $y^2 = 4,5x$ взята точка $M(x, y)$, находящаяся от директрисы на расстоянии $d = 9,125$. Вычислить расстояние этой точки от вершины параболы. Ответ: 10.

[A5] Найти касательную к параболе $y^2 = 6x$, параллельную прямой $3x - 6y + 2 = 0$.

[498] Найти кратчайшее расстояние параболы $y^2 = 64x$ от прямой $4x + 3y + 46 = 0$.

Домашнее задание № 8

Алг. и аналит. геом., 1-й семестр (прикл. мат.)

444] Вычислить эксцентриситет гиперболы при условии, что:

- 1) угол между асимптотами равен 60° ;
- 2) угол между асимптотами равен 90° ;
- 3) действительная ось гиперболы видна из фокуса сопряжённой гиперболы под углом в 60° .

456] Найти уравнение прямой, которая касается гиперболы $\frac{x^2}{5} - \frac{y^2}{4} = 1$ в точке $(+5; -4)$.

463] Найти условие, при котором прямая $Ax + By + C = 0$ касается гиперболы $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$.

457] Провести касательные к гиперболе $\frac{x^2}{8} - \frac{y^2}{9} = 1$ через каждую из следующих точек: $(+2; 0)$, $(-4; +3)$ и $(+5; -1)$.

458] К данной гиперболе $\frac{x^2}{15} - \frac{y^2}{6} = 1$ провести касательную:

- 1) параллельно прямой $x + y - 7 = 0$;
- 2) параллельно прямой $x - 2y = 0$;
- 3) перпендикулярно той же прямой $x - 2y = 0$.

480 (2,3,5) Составить уравнение параболы, зная, что:

- 2) фокус имеет координаты $(+5; 0)$, а ось ординат служит директрисой;
- 3) парабола симметрична относительно оси x , проходит через начало координат и через точку $M(+1; -4)$;
- 5) парабола симметрична относительно оси y , проходит через начало координат и через точку $M(+6; -2)$.

496] Дана парабола $y^2 = 12x$. Провести к ней касательную:

- 1) в точке с абсциссой $x = 3$;
- 2) параллельно прямой $3x - y + 5 = 0$;
- 3) перпендикулярно прямой $2x + y - 7 = 0$;
- 4) образующую с прямой $4x - 2y + 9 = 0$ угол $\pi/4$.

499] Вычислить параметр параболы $y^2 = 2px$, если известно, что она касается прямой $x - 2y + 5 = 0$.

500] Найти общие касательные эллипса $\frac{x^2}{45} + \frac{y^2}{20} = 1$ и параболы $y^2 = \frac{20}{3}x$.