

**8-е занятие. Фундаментальная система решений
однородной системы линейных уравнений
Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр**

Через $\ell(\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n)$ будем обозначать линейную оболочку системы векторов $\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n$.

A1 Описать подпространство $\ell(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ системой линейных уравнений:

$$\mathbf{a}_1 = (1, 2, -3, 1)^\tau, \quad \mathbf{a}_2 = (-1, 1, -3, 2)^\tau, \quad \mathbf{a}_3 = (-4, -3, 2, 1)^\tau.$$

A2 Найти линейную оболочку системы многочленов:

$$f_1(t) = 2 - 6t - t^2, \quad f_2(t) = 1 - t^2, \quad f_3(t) = 3t - t^2.$$

Фундаментальная система решений

Найти ФСР и пространство решений системы однородных линейных уравнений:

$$\mathbf{A3} \quad \begin{cases} 5x_1 + 4x_2 - 3x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0; \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - x_4 + x_5 = 0; \\ -2x_1 - 3x_2 + 3x_3 + 3x_4 + 2x_5 = 0; \\ x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 2x_4 - x_5 = 0. \end{cases}$$

$$\mathbf{A4} \quad \begin{cases} -2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 0; \\ 3x_1 - 4x_2 + 3x_3 = 0; \\ 2x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 0; \\ 5x_1 - 6x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$$\mathbf{A5} \quad \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 & 1 \\ -3 & 3 & 2 & -3 \\ -3 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & -1 & -1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} = \bar{0}.$$

A6 Найти ФСР и сделать проверку:

$$3x_1 + 2x_2 - 5x_4 = 0.$$

A7 Найти ФСР и сделать проверку (дана матрица системы):

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 & 5 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 4 & 4 & 3 \end{pmatrix}.$$

Домашнее задание № 8

Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

Найти системы линейных уравнений, задающие линейные подпространства, натянутые на следующие системы векторов:

$$\boxed{\text{П 1312}} \quad \mathbf{a}_1 = (1, -1, 1, 0), \mathbf{a}_2 = (1, 1, 0, 1), \mathbf{a}_3 = (2, 0, 1, 1).$$

Найти линейную оболочку системы многочленов, сделать проверку:

$$\boxed{\text{И 1.3.5}} \quad 1 + t^2, t + t^2, 1 + t + t^2.$$

$$\boxed{\text{И 1.3.7}} \quad 1 - t^2, t - t^2.$$

В следующих задачах нужно найти общее решение и ФСР (фундаментальную систему решений) системы линейных однородных уравнений. Сделать проверку (подставить каждый вектор из ФСР в систему).

$\boxed{\text{П 726}}$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 8x_5 = 0. \end{cases}$$

$\boxed{\text{П 727}}$

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 + 2x_3 = 0, \\ 4x_1 + 7x_2 + 5x_3 = 0, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 = 0. \end{cases}$$

$\boxed{\text{П 728}}$

$$\begin{pmatrix} 6 & -2 & 2 & 5 & 7 \\ 9 & -3 & 4 & 8 & 9 \\ 6 & -2 & 6 & 7 & 1 \\ 3 & -1 & 4 & 4 & -1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{pmatrix} = \bar{0}.$$

$\boxed{\text{И 4.4.21}}$

$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 + 2x_3 - 3x_5 = 0, \\ 2x_1 + 9x_2 + 5x_3 + 2x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4 - 9x_5 = 0. \end{cases}$$