9-е занятие. Разложение вектора по базису. Матрица перехода Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

$\boxed{\text{А1}}$ Показать, что многочлены f_1, f_2, f_3 образуют базис в пространстве $P_2(\mathbb{C})$, найти координаты многочлена g в этом базисе и сделать проверку.

$$f_1(t) = -2 + t + 2t^2, \qquad f_2(t) = 4 - 2t - 3t^2,$$
$$f_3(t) = -3 + 2t + 3t^2, \qquad g(t) = 4 - t - 3t^2.$$

$\boxed{\text{А2}}$ Даны координаты вектора v в базисе f и матрица перехода от базиса e к базису f. Найти координаты вектора v в базисе e.

$$v_f = (-3, 1, 2)^\tau, \qquad P_{e\to f} = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 1 \\ 0 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{А3}}$ Как найти координаты вектора v в базисе f, если известны координаты вектора v в базисе e и матрица перехода от e к f?

$\boxed{\text{А4}}$ Даны координаты векторов a_j и b_j в базисе e. Найти матрицы перехода $P_{a\to b}$ и $P_{b\to a}$.

$$a_1 = (6, -7, -4)^\tau, \qquad a_2 = (-5, 7, 4)^\tau, \qquad a_3 = (-2, 2, 1)^\tau;$$
$$b_1 = (1, -2, 0), \qquad b_2 = (-4, 9, 3), \qquad b_3 = (-4, 11, 10).$$

$\boxed{\text{А5}}$ Проверить, что $L_1 = \ell(a_1, a_2, a_3)$ содержится в $L_2 = \ell(b_1, b_2, b_3)$, где

$$a_1 = (4, 4, -3, -5)^\tau, \qquad a_2 = (-3, -6, 1, 3)^\tau, \qquad a_3 = (2, 8, 1, -1)^\tau;$$
$$b_1 = (2, 8, 1, -1)^\tau, \qquad b_2 = (-1, 2, 2, 2)^\tau, \qquad b_3 = (3, 12, 1, -3)^\tau.$$

$\boxed{\text{А6}}$ Для тех же данных, что в предыдущей задаче, найти базис в L_1 и дополнить его до базиса в L_2.

$\boxed{\text{К 46c}}$ Вычислить ранг матрицы:

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 & -3 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 3 & 2 \\ 0 & 3 & -3 & 3 \end{pmatrix}$$

Домашнее задание № 9
Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

$\boxed{\text{К 37 а}}$ Проверить, что система векторов e_1, e_2, e_3 является базисом в линейном пространстве $\mathbb{R}^3$, найти координаты вектора x в этом базисе и сделать проверку. По известному координатному вектору y_e найти вектор y.

$$e_1 = (-2, 3, 0)^\tau, \qquad e_2 = (2, -3, 4)^\tau, \qquad e_3 = (-2, 0, -3)^\tau,$$
$$x = (-4, 3, -7)^\tau, \qquad y_e = (4, 4, 3)^\tau.$$

$\boxed{\text{К 39a}}$ Проверить, что система многочленов f_1, f_2, f_3 является базисом в линейном пространстве $P_2(\mathbb{R})$ и найти координаты многочлена h в этом базисе. По известному координатному вектору g_f найти многочлен g:

$$f_1(x) = 4 + 4x + 2x^2, \qquad f_2(x) = -3 - 2x^2, \qquad f_3(x) = -1 - x + x^2,$$
$$g_f = (0, -1, 2)^\tau, \qquad h(x) = 5 - 4x + 4x^2.$$

$\boxed{\text{К 41a}}$ Проверить, что системы векторов e_1, e_2, e_3 и u_1, u_2, u_3 являются базисами в линейном пространстве $\mathbb{R}^3$. Найти матрицу перехода $P_{e\to u}$. По известным координатам векторов x, y в одном базисе найти их координаты в другом базисе:

$$e_1 = (2, -1, -1)^\tau, \qquad e_2 = (3, 1, 1)^\tau, \qquad e_3 = (-2, -1, -2)^\tau;$$
$$u_1 = (-3, 1, 2)^\tau, \qquad u_2 = (1, 1, 3)^\tau, \qquad u_3 = (-2, -2, -1)^\tau,$$
$$x_e = (-2, 2, -2)^\tau, \qquad y_u = (2, -1, 1)^\tau.$$

$\boxed{\text{А1}}$ Проверить, что подпространство $L_1 = \ell(a_1, a_2, a_3)$ содержится в подпространстве $L_2 = \ell(b_1, b_2, b_3)$; найти базис L_1 и дополнить его до базиса L_2:

$$a_1 = (1, -6, 4, 1)^\tau, \qquad a_2 = (-1, -3, 3, -1)^\tau, \qquad a_3 = (-3, 9, -5, -3)^\tau,$$
$$b_1 = (2, -1, 3, 2)^\tau, \qquad b_2 = (1, 5, -1, 1)^\tau, \qquad b_3 = (-2, 3, -1, -2)^\tau.$$

$\boxed{\text{К 46ab}}$ Вычислить ранги матриц:

$$\text{a)} \begin{pmatrix} -1 & 3 & 4 \\ -2 & 3 & 5 \\ -3 & -3 & 0 \\ -1 & 1 & 2 \end{pmatrix}; \qquad \text{b)} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 1 \\ -3 & 3 & 3 & 0 \\ 2 & -2 & -1 & -2 \\ 3 & 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}.$$