

10-е занятие. Построение базисов в сумме и пересечении подпространств.

Евклидовы пространства

Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

В следующих задачах для заданных подпространств $L_1 = \ell(\{f_i\})$ и $L_2 = \ell(\{g_i\})$ требуется:

1. Найти базис $L_1 + L_2$.
2. Описать L_1 и L_2 системами линейных уравнений и сделать проверку.
3. Найти базис $L_1 \cap L_2$ и сделать проверку.
4. Проверить соотношение

$$\dim(L_1 + L_2) + \dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2.$$

5. Дополнить базис $L_1 \cap L_2$ до базисов в L_1 , L_2 и $L_1 + L_2$.

П 1320

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, 2, 1)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (1, 1, -1)^\tau, & \mathbf{a}_3 &= (1, 3, 3)^\tau, \\ \mathbf{b}_1 &= (2, 3, -1)^\tau, & \mathbf{b}_2 &= (1, 2, 2)^\tau, & \mathbf{b}_3 &= (1, 1, -3)^\tau. \end{aligned}$$

ФС 934a

$$\begin{aligned} \mathbf{f}_1 &= (1, 2, 1, 0)^\tau, & \mathbf{f}_2 &= (-1, 1, 1, 1)^\tau, \\ \mathbf{g}_1 &= (2, -1, 0, -1)^\tau, & \mathbf{g}_2 &= (1, -1, 3, 7)^\tau. \end{aligned}$$

Евклидовы пространства

К 104, а) Найти длины (нормы) векторов \mathbf{a} , \mathbf{b} и угол между ними в евклидовом пространстве \mathbb{E}^4 :

$$\mathbf{a} = (3, -2, 2, -1)^\tau, \quad \mathbf{b} = (-2, 4, -2, 0)^\tau.$$

К 105 а) Найти длины (нормы) элементов \mathbf{f} , \mathbf{g} и угол между ними в евклидовом пространстве всех многочленов с действительными коэффициентами и указанным скалярным произведением:

$$\mathbf{f}(x) = -x + 1, \quad \mathbf{g}(x) = -1, \quad \langle \mathbf{f}, \mathbf{g} \rangle = \int_{-1}^1 \mathbf{f}(x)\mathbf{g}(x) dx.$$

Домашнее задание № 10

Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

Для следующих упражнений см. задание в классной работе.

П 1321

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, 2, 1, -2)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (2, 3, 1, 0)^\tau, & \mathbf{a}_3 &= (1, 2, 2, -3)^\tau, \\ \mathbf{b}_1 &= (1, 1, 1, 1)^\tau, & \mathbf{b}_2 &= (1, 0, 1, -1)^\tau, & \mathbf{b}_3 &= (1, 3, 0, -4)^\tau. \end{aligned}$$

П 1322

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, 1, 0, 0)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (0, 1, 1, 0)^\tau, & \mathbf{a}_3 &= (0, 0, 1, 1)^\tau, \\ \mathbf{b}_1 &= (1, 0, 1, 0)^\tau, & \mathbf{b}_2 &= (0, 2, 1, 1)^\tau, & \mathbf{b}_3 &= (1, 2, 1, 2)^\tau. \end{aligned}$$

К 58 а

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (-2, -2, -3, 3)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (-3, 0, 2, -1)^\tau, & \mathbf{a}_3 &= (4, -2, -7, 5)^\tau, \\ \mathbf{b}_1 &= (-5, -2, -1, 2)^\tau, & \mathbf{b}_2 &= (8, 2, -1, -1)^\tau, & \mathbf{b}_3 &= (1, -2, -5, 4)^\tau. \end{aligned}$$

Евклидовы пространства

К 104 б Найти длины (нормы) векторов \mathbf{a} , \mathbf{b} и угол между ними в евклидовом пространстве \mathbb{E}^4 :

$$\mathbf{a} = (-1, 3, 0, -2)^\tau, \quad \mathbf{b} = (2, -1, -1, 1)^\tau.$$

К 105 вс Найти длины (нормы) элементов f , g и угол между ними в евклидовом пространстве всех многочленов с действительными коэффициентами и указанным скалярным произведением:

$$\begin{aligned} \text{б) } f(x) &= -x, & g(x) &= x + 1, & \langle f, g \rangle &= \int_{-1}^1 f(x)g(x) dx. \\ \text{с) } f(x) &= 2x - 1, & g(x) &= -x + 1, & \langle f, g \rangle &= \int_0^1 f(x)g(x) dx. \end{aligned}$$