

## 11-е занятие. Евклидовы пространства

### Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

**К 106 а** Проверить, что система векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  ортогональна в  $\mathbb{E}^4$  и дополнить её до ортогонального базиса (дополнение не единственно):

$$\mathbf{a}_1 = (1, 1, 2, 3)^\tau, \quad \mathbf{a}_2 = (1, 1, 2, -2)^\tau.$$

**К 111 а** Найти проекцию  $\mathbf{x}_{\text{пр}}$  вектора  $\mathbf{x}$  на подпространство  $\ell(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$  и его ортогональную составляющую  $\mathbf{x}_{\text{орт}}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, -1, 1, 3)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (1, -1, 0, 1)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (1, -1, 2, 5)^\tau, & \mathbf{x} &= (0, 2, 0, -1)^\tau. \end{aligned}$$

**К 108 а** С помощью процесса ортогонализации Грама-Шмидта построить ортогональный базис линейной оболочки, порождённой системой векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, -1, 2, 1)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (-2, 3, -4, -1)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (-3, 1, -2, 1)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (-1, -3, 2, 1)^\tau. \end{aligned}$$

**К 108 с** С помощью процесса ортогонализации Грама-Шмидта построить ортогональный базис линейной оболочки, порождённой системой векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (0, -1, 1, 2)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (2, -1, 3, 4)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (4, 3, 1, -2)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (2, 0, 2, 2)^\tau. \end{aligned}$$

## Домашнее задание № 11

### Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

**К 106 b** Проверить, что система векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  ортогональна в  $\mathbb{E}^4$  и дополнить её до ортогонального базиса (дополнение не единственно):

$$\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 1)^\tau, \quad \mathbf{a}_2 = (1, 1, -2, 0)^\tau.$$

**К 106 c** Проверить, что система векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$  ортогональна в  $\mathbb{E}^4$  и дополнить её до ортогонального базиса (дополнение не единственно):

$$\mathbf{a}_1 = (-1, 2, 0, 0)^\tau, \quad \mathbf{a}_2 = (1, 2, 1, 3)^\tau.$$

**К 111 b** Найти проекцию  $\mathbf{x}_{\text{pr}}$  вектора  $\mathbf{x}$  на подпространство  $\ell(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$  и его ортогональную составляющую  $\mathbf{x}_{\text{ort}}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, -2, -1, -2)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (2, 3, 1, 2)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (-6, -2, 0, 0)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (-4, -7, 6, -2)^\tau. \end{aligned}$$

**К 111 c** Найти проекцию  $\mathbf{x}_{\text{pr}}$  вектора  $\mathbf{x}$  на подпространство  $\ell(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$  и его ортогональную составляющую  $\mathbf{x}_{\text{ort}}$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, 0, 2, 0)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (0, 3, -1, -2)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (3, -3, 7, 2)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (-7, 1, 1, 0)^\tau. \end{aligned}$$

**К 108 b** С помощью процесса ортогонализации Грама-Шмидта построить ортогональный базис линейной оболочки, порождённой системой векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (2, 1, -2, -1)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (-2, 1, 3, 1)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (2, 3, -1, -1)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (0, 0, -5, 0)^\tau. \end{aligned}$$

**К 108 d** С помощью процесса ортогонализации Грама-Шмидта построить ортогональный базис линейной оболочки, порождённой системой векторов  $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, -1, 1, 1)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (3, -2, 1, 2)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (-1, -2, 1, 2)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (1, -2, -1, 2)^\tau. \end{aligned}$$