

11-е занятие. Евклидовы пространства

Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

К 106 а Проверить, что система векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ ортогональна в \mathbb{E}^4 и дополнить её до ортогонального базиса (дополнение не единственно):

$$\mathbf{a}_1 = (1, 1, 2, 3)^\tau, \quad \mathbf{a}_2 = (1, 1, 2, -2)^\tau.$$

К 111 а Найти проекцию $\mathbf{x}_{\text{пр}}$ вектора \mathbf{x} на подпространство $\ell(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и его ортогональную составляющую $\mathbf{x}_{\text{орт}}$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, -1, 1, 3)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (1, -1, 0, 1)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (1, -1, 2, 5)^\tau, & \mathbf{x} &= (0, 2, 0, -1)^\tau. \end{aligned}$$

К 108 а С помощью процесса ортогонализации Грама-Шмидта построить ортогональный базис линейной оболочки, порождённой системой векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, -1, 2, 1)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (-2, 3, -4, -1)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (-3, 1, -2, 1)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (-1, -3, 2, 1)^\tau. \end{aligned}$$

К 108 с С помощью процесса ортогонализации Грама-Шмидта построить ортогональный базис линейной оболочки, порождённой системой векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (0, -1, 1, 2)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (2, -1, 3, 4)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (4, 3, 1, -2)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (2, 0, 2, 2)^\tau. \end{aligned}$$

Домашнее задание № 11

Линейная алгебра, прикл. матем., 2-й семестр

К 106 b Проверить, что система векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ ортогональна в \mathbb{E}^4 и дополнить её до ортогонального базиса (дополнение не единственно):

$$\mathbf{a}_1 = (1, 1, 1, 1)^\tau, \quad \mathbf{a}_2 = (1, 1, -2, 0)^\tau.$$

К 106 c Проверить, что система векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2$ ортогональна в \mathbb{E}^4 и дополнить её до ортогонального базиса (дополнение не единственно):

$$\mathbf{a}_1 = (-1, 2, 0, 0)^\tau, \quad \mathbf{a}_2 = (1, 2, 1, 3)^\tau.$$

К 111 b Найти проекцию \mathbf{x}_{pr} вектора \mathbf{x} на подпространство $\ell(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и его ортогональную составляющую \mathbf{x}_{ort} :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, -2, -1, -2)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (2, 3, 1, 2)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (-6, -2, 0, 0)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (-4, -7, 6, -2)^\tau. \end{aligned}$$

К 111 c Найти проекцию \mathbf{x}_{pr} вектора \mathbf{x} на подпространство $\ell(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и его ортогональную составляющую \mathbf{x}_{ort} :

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, 0, 2, 0)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (0, 3, -1, -2)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (3, -3, 7, 2)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (-7, 1, 1, 0)^\tau. \end{aligned}$$

К 108 b С помощью процесса ортогонализации Грама-Шмидта построить ортогональный базис линейной оболочки, порождённой системой векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (2, 1, -2, -1)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (-2, 1, 3, 1)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (2, 3, -1, -1)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (0, 0, -5, 0)^\tau. \end{aligned}$$

К 108 d С помощью процесса ортогонализации Грама-Шмидта построить ортогональный базис линейной оболочки, порождённой системой векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{a}_4$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_1 &= (1, -1, 1, 1)^\tau, & \mathbf{a}_2 &= (3, -2, 1, 2)^\tau, \\ \mathbf{a}_3 &= (-1, -2, 1, 2)^\tau, & \mathbf{a}_4 &= (1, -2, -1, 2)^\tau. \end{aligned}$$