

1] Найти $(\mathbf{a} + \mathbf{b})_e$ и $(\mathbf{a} + \mathbf{b})_u$, если даны векторы $\mathbf{a}_e, \mathbf{b}_u$ и матрица перехода $P_{e \rightarrow u}$:

$$\mathbf{a}_e = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{b}_u = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad P_{e \rightarrow u} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Сделать проверку: $P_{e \rightarrow u} \cdot (\mathbf{a} + \mathbf{b})_u = (\mathbf{a} + \mathbf{b})_e$.

В оставшихся задачах рассматриваются подпространства $L_1 = \ell(\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3)$ и $L_2 = \ell(\mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2)$, порождённые следующими векторами из \mathbb{Q}^4 :

\mathbf{a}_1	\mathbf{a}_2	\mathbf{a}_3	\mathbf{b}_1	\mathbf{b}_2
3	-1	3	-4	-6
-2	-2	1	3	6
-4	-2	-1	-1	-3
-5	1	-2	-2	-7

2] Найти базис подпространства $L_1 + L_2$ как базисную подсистему системы векторов $\mathbf{a}_1, \mathbf{a}_2, \mathbf{a}_3, \mathbf{b}_1, \mathbf{b}_2$. Оставшиеся векторы системы разложить по векторам найденного базиса и сделать проверку. Найти $\dim(L_1 + L_2)$.

3] Описать L_1 и L_2 системами линейных однородных уравнений. Сделать проверки (подставить векторы \mathbf{a}_j и \mathbf{b}_j в соответствующие системы). Найти размерности L_1 и L_2 .

4] Найти базис подпространства $L_1 \cap L_2$ как ФСР системы всех уравнений, полученных в предыдущей задаче. Сделать проверку (подставить ФСР в уравнения). Проверить, что выполняется формула для размерностей.

5 (доп.)] Дополнить базис подпространства $L_1 \cap L_2$ до базисов в L_1 и L_2 .