Мех.-мат., алг. и геом., 2-й семестр
1-е занятие. Многочлены

$\boxed{\text{A1}}$ Выполнить деление с остатком и сделать проверку:

$$x^4 - 3x^3 - 2x^2 + 2x - 1 \qquad \text{на} \qquad 2x^2 + x - 3.$$

Алгоритм Евклида

Пользуясь алгоритмом Эвклида, найти наибольший общий делитель многочленов f_1 и f_2:

$\boxed{\text{A2}}$ $f_1(x) = x^3 + 3x^2 + x - 2, \quad f_2(x) = x^5 + 3x^4 - 4x^2.$

$\boxed{\text{A3}}$ $f_1(x) = x^5 - 2x^4 - 2x^3 - 3x + 2, \quad f_2(x) = x^4 - 3x^3 + 2x^2 - 3x + 1.$

Пользуясь алгоритмом Эвклида, подобрать полиномы $u(x)$ и $v(x)$ так, чтобы

$$f_1(x)u(x) + f_2(x)v(x) = \delta(x),$$

где $\delta(x)$ — наибольший общий делитель $f_1(x)$ и $f_2(x)$:

$\boxed{\text{578a}}$ $f_1(x) = x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2, \quad f_2(x) = x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2.$

$\boxed{\text{578f}}$ $f_1(x) = 4x^4 - 2x^3 - 16x^2 + 5x + 9, \quad f_2(x) = 2x^3 - x^2 - 5x + 4.$

Схема Горнера

Пользуясь схемой Горнера, вычислить $f(x_0)$:

$\boxed{\text{A4}}$ $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 4, \quad x_0 = -2;$

$\boxed{\text{A5}}$ $f(x) = x^3 + (-1 - 2i)x^2 + 3ix - 2, \quad x_0 = 1 - i.$

Пользуясь схемой Горнера, разложить полином $f(x)$ по степеням $x - x_0$:

$\boxed{\text{A6}}$ $f(x) = x^3 - 2x^2 + x - 3, \quad x_0 = -1.$

$\boxed{\text{A7}}$ $f(x) = x^4 - 3x^2 + 2x - 1, \quad x_0 = -2.$

$\boxed{\text{552a}}$ Пользуясь схемой Горнера, разложить на простейшие дроби:

$$\frac{x^3 - x + 1}{(x-2)^5}.$$

Указание: разложить числитель по степеням $(x-2)$ и поделить почленно.

Домашнее задание № 1
Алг. и геом., мех.-мат., 2-й семестр

Выполнить деление с остатком и сделать проверку:

$\boxed{546a}$ $2x^4 - 3x^3 + 4x^2 - 5x + 6$ на $x^2 - 3x + 1$;

$\boxed{546b}$ $x^3 - 3x^2 - x - 1$ на $3x^2 - 2x + 1$.

Пользуясь алгоритмом Эвклида, найти наибольший общий делитель многочленов f_1 и f_2.

$\boxed{577a}$ $f_1(x) = x^4 + x^3 - 3x^2 - 4x - 1$, $f_2(x) = x^3 + x^2 - x - 1$.

$\boxed{577b}$ $f_1(x) = x^5 + x^4 - x^3 - 2x - 1$, $f_2(x) = 3x^4 + 2x^3 + x^2 + 2x - 2$.

Пользуясь алгоритмом Эвклида, подобрать полиномы $u(x)$ и $v(x)$ так, чтобы

$$f_1(x)u(x) + f_2(x)v(x) = \delta(x),$$

где $\delta(x)$ — наибольший общий делитель $f_1(x)$ и $f_2(x)$:

$\boxed{578b}$ $f_1(x) = x^5 + 3x^4 + x^3 + x^2 + 3x + 1$, $f_2(x) = x^4 + 2x^3 + x + 2$.

$\boxed{578e}$ $f_1(x) = 3x^5 + 5x^4 - 16x^3 - 6x^2 - 5x - 6$, $f_2(x) = 3x^4 - 4x^3 - x^2 - x - 2$.

Пользуясь алгоритмом Эвклида, подобрать полиномы $u(x)$ и $v(x)$ так, чтобы $f_1(x)u(x) + f_2(x)v(x) = 1$. Сделать проверку.

$\boxed{579b}$ $f_1(x) = x^4 - x^3 - 4x^2 + 4x + 1$, $f_2(x) = x^2 - x - 1$.

Пользуясь схемой Горнера, вычислить $f(x_0)$:

$\boxed{550a}$ $f(x) = x^4 - 3x^3 + 6x^2 - 10x + 16$, $x_0 = 4$;

$\boxed{550b}$ $f(x) = x^5 + (1 + 2i)x^4 - (1 + 3i)x^2 + 7$, $x_0 = -2 - i$.
(Ответ: $-1 - 44i$.)

Пользуясь схемой Горнера, разложить $f(x)$ по степеням $x - x_0$:

$\boxed{551a}$ $x^4 + 2x^3 - 3x^2 - 4x + 1$, $x_0 = -1$;

$\boxed{551b}$ $f(x) = x^5$, $x_0 = 1$;

$\boxed{551d}$ $f(x) = x^4 + 2ix^3 - (1 + i)x^2 - 3x + 7 + i$, $x_0 = -i$.
Ответ в 551d: $(x + i)^4 - 2i(x + i)^3 - (1 + i)(x + i)^2 - 5(x + i) + 7 + 5i$.

Дополнительные задачки для тех, кто любит *чуть-чуть* подумать:

$\boxed{547}$ При каком условии полином $x^3 + px + q$ делится на полином вида $x^2 + mx - 1$?

$\boxed{553a}$ Посредством схемы Горнера разложить по степеням x многочлен $f(x + 3)$, где $f(x) = x^4 - x^3 + 1$.