

## Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр

### 10-е занятие. Базисы. ФСР. Подпространства

☐ФСН 929 а) Показать, что  $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$  является базисом, и найти координаты вектора  $x$  в этом базисе:

$$f_1 = (1; 1; 1; 1), \quad f_2 = (1; 1; -1; -1),$$

$$f_3 = (1; -1; 1; -1), \quad f_4 = (1; -1; -1; 1), \quad x = (1; 2; 1; 1).$$

☐А1) Даны координаты векторов  $a_j$  и  $b_j$  в базисе  $e$ . Найти матрицы перехода  $P_{a \rightarrow b}$  и  $P_{b \rightarrow a}$ .

$$a_1 = (6, -7, -4), \quad a_2 = (-5, 7, 4), \quad a_3 = (-2, 2, 1).$$

$$b_1 = (1, -2, 0), \quad b_2 = (-4, 9, 3), \quad b_3 = (-4, 11, 10).$$

☐А2) Найти ФСР (фундаментальную систему решений) однородной системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 3x_3 - x_4 = 0; \\ -3x_1 + 2x_2 + x_3 + 5x_4 = 0; \\ 3x_1 - x_2 + 10x_3 + 2x_4 = 0. \end{cases}$$

☐А3) Найти ФСР (фундаментальную систему решений) однородной системы линейных уравнений (дана матрица системы):

$$\begin{pmatrix} -1 & 4 & -3 & -2 & -4 \\ 1 & -2 & 2 & 1 & 3 \\ 2 & -3 & 3 & 2 & 5 \\ -1 & 5 & -4 & -2 & -5 \end{pmatrix}.$$

☐А4) Проверить, что  $L_1$  содержится в  $L_2$ :

$$L_1 = \ell(a_1, a_2, a_3), \quad L_2 = \ell(b_1, b_2, b_3);$$

$$a_1 = (4; 4; -3; -5)^T, \quad a_2 = (-3; -6; 1; 3)^T, \quad a_3 = (2; 8; 1; -1)^T;$$

$$b_1 = (2; 8; 1; -1)^T, \quad b_2 = (-1; 2; 2; 2)^T, \quad b_3 = (3; 12; 1; -3)^T.$$

☐А5) Для тех же данных, что в А5, найти базис  $L_1$  и дополнить его до базиса  $L_2$ .

## Домашнее задание № 10

### Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр

ФСн 929 б) Показать, что  $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$  является базисом, и найти координаты вектора  $x$  в этом базисе:

$$f_1 = (1; 1; 0; 1), f_2 = (2; 1; 3; 1),$$

$$f_3 = (1; 1; 0; 1), f_4 = (0; 1; -1; -1), x = (0; 0; 0; 1).$$

ФСн 936 б) Составить матрицу перехода от базиса  $\{f_1, f_2, f_3, f_4\}$  к базису  $\{g_1, g_2, g_3, g_4\}$ , если даны координаты этих векторов в базисе  $e$ :

$$(f)_e = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 2 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (g)_e = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

726] Найти общее решение и ФСР (фундаментальную систему решений) системы уравнений. Сделать проверку.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 3x_4 + 5x_5 = 0, \\ 6x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 5x_4 + 7x_5 = 0, \\ 9x_1 + 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 + 9x_5 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 8x_5 = 0. \end{cases}$$

A1] Найти общее решение и ФСР системы уравнений (дана матрица системы). Сделать проверку.

$$\begin{pmatrix} -3 & 2 & -2 & 3 & 6 \\ -3 & 3 & -2 & 4 & 8 \\ 4 & -3 & 3 & -4 & -9 \\ 3 & -1 & 2 & -2 & -4 \end{pmatrix}.$$

A2] Проверить, что подпространство  $L_1 = \ell\{a_1, a_2, a_3\}$  содержится в подпространстве  $L_2 = \ell\{b_1, b_2, b_3\}$ ; найти базис  $L_1$  и дополнить его до базиса  $L_2$ :

$$a_1 = (1, -6, 4, 1), \quad a_2 = (-1, -3, 3, -1), \quad a_3 = (-3, 9, -5, -3).$$

$$b_1 = (2, -1, 3, 2), \quad b_2 = (1, 5, -1, 1), \quad b_3 = (-2, 3, -1, -2).$$