

Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр
12-е занятие. Дополнение до базиса.
Базис пересечения подпространств

A1 Проверить, что система векторов лнз, и дополнить её до базиса в L :

$$L = \mathbb{R}^4, \quad a_1 = (-2, 3, 5, 2)^T, \quad a_2 = (4, -6, 7, 3)^T.$$

A2 Проверить, что система векторов лнз, и дополнить её до базиса в L :

$$L = \mathbb{R}^5, \quad a_1 = (0, 1, 2, 1, 2)^T, \\ a_2 = (-2, 1, 2, -1, 4)^T, \quad a_3 = (-2, -1, -1, -1, 2)^T.$$

В следующих задачах даны подпространства $L_1 = \ell\{f_i\}$, $L_2 = \ell\{g_i\}$, и требуется:

- (1) Найти базис $L_1 + L_2$.
- (2) Описать L_1 и L_2 системами линейных уравнений и сделать проверку.
- (3) Найти базис $L_1 \cap L_2$ и сделать проверку.
- (4) Проверить соотношение

$$\dim(L_1 + L_2) + \dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2.$$

- (5) Дополнить базис $L_1 \cap L_2$ до базисов в L_1 , L_2 и $L_1 + L_2$.

ФС 934a

$$f_1 = (1, 2, 1, 0)^T, \quad f_2 = (-1, 1, 1, 1)^T, \\ g_1 = (2, -1, 0, -1)^T, \quad g_2 = (1, -1, 3, 7)^T.$$

ФС 934b

$$f_1 = (1, 2, -1, -2)^T, \quad f_2 = (3, 1, 1, 1)^T, \quad f_3 = (-1, 0, 1, -1)^T, \\ g_1 = (2, 5, -6, -5)^T, \quad g_2 = (-1, 2, -7, -3)^T.$$

Домашнее задание № 12

Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр

П — задачник Проскурякова И. В.; И — задачник Икрамова Х. Д.

И 1.4.15 В пространстве \mathbb{R}^4 найти два различных базиса, имеющих общие векторы

$$e_1 = (1, 1, 0, 0) \quad \text{и} \quad e_2 = (0, 0, 1, 1).$$

И 1.4.16 Систему многочленов

$$t^5 + t^4, \quad t^5 - 3t^3, \quad t^5 + 2t^2, \quad t^5 - t$$

дополнить до базиса пространства $P_5(\mathbb{R})$.

В следующих задачах даны подпространства $L_1 = \ell\{a_i\}$, $L_2 = \ell\{b_i\}$, и требуется:

- (1) Найти базис $L_1 + L_2$.
- (2) Описать L_1 и L_2 системами линейных уравнений и сделать проверку.
- (3) Найти базис $L_1 \cap L_2$ и сделать проверку.
- (4) Проверить соотношение

$$\dim(L_1 + L_2) + \dim(L_1 \cap L_2) = \dim L_1 + \dim L_2.$$

- (5) Дополнить базис $L_1 \cap L_2$ до базисов в L_1 , L_2 и $L_1 + L_2$.

П 1320

$$\begin{aligned} a_1 &= (1, 2, 1), & a_2 &= (1, 1, -1), & a_3 &= (1, 3, 3), \\ b_1 &= (2, 3, -1), & b_2 &= (1, 2, 2), & b_3 &= (1, 1, -3). \end{aligned}$$

П 1321

$$\begin{aligned} a_1 &= (1, 2, 1, -2), & a_2 &= (2, 3, 1, 0), & a_3 &= (1, 2, 2, -3), \\ b_1 &= (1, 1, 1, 1), & b_2 &= (1, 0, 1, -1), & b_3 &= (1, 3, 0, -4). \end{aligned}$$

П 1322

$$\begin{aligned} a_1 &= (1, 1, 0, 0), & a_2 &= (0, 1, 1, 0), & a_3 &= (0, 0, 1, 1), \\ b_1 &= (1, 0, 1, 0), & b_2 &= (0, 2, 1, 1), & b_3 &= (1, 2, 1, 2). \end{aligned}$$

Для энтузиастов: разобрать алгоритм построения базиса пересечения подпространств, изложенный в задаче П 1319 (И 1.5.9) и решить задачи П 1320 и П 1321 этим алгоритмом.