Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр
13-е занятие. Разложение по базису. Ортогонализация

$\boxed{\text{А1}}$ Показать, что многочлены f_1, f_2, f_3 образуют базис в пространстве $P_2(\mathbb{C})$, найти координаты многочлена g в этом базисе и сделать проверку.

$$\begin{aligned} &f_1(t) = -2 + t + 2t^2, \quad &f_2(t) = 4 - 2t - 3t^2, \\ &f_3(t) = -3 + 2t + 3t^2, \quad &g(t) = 4 - t - 3t^2. \end{aligned}$$

$\boxed{\text{А2}}$ В системе матриц из $M_2(\mathbb{Q})$ выделить базисную подсистему (млнп). Остальные матрицы разложить по этой базисной подсистеме.

$$A_1 = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \qquad A_2 = \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}, \quad A_3 = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -1 \end{pmatrix},$$
$$A_4 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad A_5 = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{И2.2.5}}$ Ортогонализовать систему векторов:

$$a_1 = (1, -2, 2), \quad a_2 = (-1, 0, -1), \quad a_3 = (5, -3, -7).$$

$\boxed{\text{А4}}$ Ортогонализировать систему векторов (применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на данную систему векторов):

$$\begin{aligned} &a_1 = (5, 1, 1, -3), \qquad &a_2 = (9, 3, 3, -7), \\ &a_3 = (7, -1, -1, -1), \quad &a_4 = (-5, 5, -1, 5). \end{aligned}$$

Домашнее задание № 13
Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр

П — задачник Проскурякова И. В.; И — задачник Икрамова Х. Д.

$\boxed{\text{И1.4.21}}$ Определить ранг системы многочленов и найти какую-либо базу. Остальные многочлены разложить по базе и сделать проверку.

$$\begin{array}{lll} f_1(t) = 3t^2 + 2t + 1, & f_2(t) = 4t^2 + 3t + 2, & f_3(t) = 3t^2 + 2t + 3, \\ f_4(t) = t^2 + t + 1, & f_5(t) = 4t^2 + 3t + 4. & \end{array}$$

$\boxed{\text{И1.4.27}}$ Найти координаты многочлена $a(t) = t^5 - t^4 + t^3 - t^2 - t + 1$ в каждом из следующих базисов пространства многочленов $P_5(\mathbb{C})$:
а) базис e: $1, t, t^2, t^3, t^4, t^5$;
б) базис f: $1, t + 1, t^2 + 1, t^3 + 1, t^4 + 1, t^5 + 1$;
в) базис g: $1 + t^3, t + t^3, t^2 + t^3, t^3, t^4 + t^3, t^5 + t^3$.

$\boxed{\text{А1}}$ Найти размерность и базис суммы и пересечения подпространств L_1 и L_2, если подпространство задано или как линейная оболочка, порождённая системой векторов, или как подпространство решений однородной линейной системы:

$$L_1\colon \begin{array}{l} a_1 = (1, 2, -1, 3, 1), \\ a_2 = (-1, 1, 2, -1, 2); \end{array} \qquad L_2\colon \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 - 2x_5 = 0, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 - 3x_4 - 3x_5 = 0. \end{cases}$$

Применяя процесс ортогонализации, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на данную систему векторов:

$\boxed{\text{И2.2.6}}$

$$a_1 = (1, 1, 1, 1), \quad a_2 = (3, 3, -1, -1), \quad a_3 = (-2, 0, 6, 8).$$

$\boxed{\text{П1362}}$

$$a_1 = (1, 1, -1, -2), \quad a_2 = (5, 8, -2, -3), \quad a_3 = (3, 9, 3, 8).$$

$\boxed{\text{П1363}}$

$$\begin{array}{ll} a_1 = (2, 1, 3, -1), & a_2 = (7, 4, 3, -3), \\ a_3 = (1, 1, -6, 0), & a_4 = (5, 7, 7, 8). \end{array}$$