

Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр

14-е занятие. Дополнение до ортогонального базиса.

Ортогональная проекция. Повторение.

П 1357 Проверить, что векторы системы попарно ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса:

$$a_1 = (1, -2, 2, -3), \quad a_2 = (2, -3, 2, 4).$$

ФСн 1086 Дополнить до ортонормированного базиса:

$$a_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \quad a_2 = \left(\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{1}{2}, -\frac{5}{6} \right).$$

В пространстве $L = \mathbb{R}^4$ дан вектор b и подпространство $L_1 = \ell(a_1, \dots)$. Представить b в виде

$$b = p + h,$$

где $p \in L_1$ и $h \perp L_1$. Вектор p называется ортогональной проекцией b на L_1 , а вектор h — ортогональной составляющей.

ФСн 1091а

$$a_1 = (2, 1, 1, -1), \quad a_2 = (1, 1, 3, 0), \quad b = (5, 2, -2, 2).$$

1371

$$\begin{aligned} a_1 &= (2, 1, 1, -1), & a_2 &= (1, 1, 3, 0), \\ a_3 &= (1, 2, 8, 1), & b &= (5, 2, -2, 2). \end{aligned}$$

Доказать, что следующие множества образуют линейные подпространства, и найти их базис и размерность.

1297 Все n -мерные векторы, у которых первая и последняя координаты равны между собой.

1298 Все n -мерные векторы, у которых координаты с чётными номерами равны нулю.

1303 Симметрические матрицы порядка n .

Домашнее задание № 14

Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр

Задачи взяты из задачника И. В. Проскурякова.

1358 Проверить, что векторы системы попарно ортогональны, и дополнить их до ортогонального базиса:

$$a_1 = (1, 1, 1, -2), \quad a_2 = (1, 2, 3, -3).$$

1360 Найти векторы, дополняющие следующую систему векторов до ортонормированного базиса:

$$a_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right), \quad a_2 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right).$$

В пространстве $L = \mathbb{R}^4$ дан вектор b и подпространство

$$L_1 = \ell(a_1, a_2, a_3).$$

Найти ортогональную проекцию b на L_1 и ортогональную составляющую:

1370

$$\begin{aligned} a_1 &= (1, 1, 1, 1), & a_2 &= (1, 2, 2, -1), \\ a_3 &= (1, 0, 0, 3), & b &= (4, -1, -3, 4). \end{aligned}$$

ФСН 1091b

$$a_1 = (1, 1, 1, 1), \quad a_2 = (2, -1, 1, 1), \quad a_3 = (2, -7, -1, -1),$$

$$b = (-3, 5, 9, 3).$$

Доказать, что следующие множества образуют линейные подпространства, и найти их базис и размерность.

1299 Все n -мерные векторы, у которых координаты с чётными номерами равны между собой.

1300 Все n -мерные векторы вида $(\alpha, \beta, \alpha, \beta, \alpha, \beta, \dots)$, где α и β — любые числа.

1304 Кососимметрические матрицы (обладающие свойством $A^T = -A$) порядка n .