

Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр
7-е занятие. Прямая в пространстве.

G1 Написать ур-е прямой, проходящей через $A(1; -2; 4)$ и $B(3; -2; 5)$.

811 Проверить, лежат ли на одной прямой следующие три точки:

$$A(3; 0; 1), \quad B(0; 2; 4), \quad C(1; 4/3; 3).$$

801: 2, 4, 6 Указать особенности в расположении следующих прямых:

$$2) \begin{cases} Ax + D = 0, \\ B_1y + D_1 = 0; \end{cases} \quad 6) \begin{cases} 3y + 2z = 0, \\ 5x - 1 = 0; \end{cases} \quad 4) \begin{cases} By + Cz + D = 0, \\ B_1y + C_1z + D_1 = 0. \end{cases}$$

804: 2, 4, 6 Какому условию должны удовлетворять коэффициенты в уравнениях прямой

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0, \\ A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \end{cases}$$

для того, чтобы прямая:

2) пересекла ось y ;

4) была \parallel плоскости (yz) ;

6) проходила через начало координат?

G2 Какими уравнениями изобразятся проекции прямой

$$\begin{cases} 5x - y + 2z + 3 = 0 \\ 3x + 2y - z + 2 = 0 \end{cases}$$

на координатные плоскости?

G3 Найти следы прямой (точки пересечения с координатными плоскостями) и построить эту прямую:

$$\begin{cases} 3x - 2y + 4z - 5 = 0, \\ 4x - 3y + 3z - 4 = 0. \end{cases}$$

G4 Составить уравнение прямой, проходящей через точку $A(2; -3; 1)$ и составляющей с осями координат углы $\frac{\pi}{4}$, $\frac{3\pi}{4}$, $\frac{\pi}{2}$.

G5] Определить угол между прямыми:

$$\begin{cases} 2x - 3y + 5z - 2 = 0, \\ 3x - 4y - z + 1 = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + y - 2z + 3 = 0, \\ 3x + y + 3z - 2 = 0. \end{cases}$$

G6] Найти пересечение прямой и плоскости:

$$3x - 2y + z - 5 = 0, \quad \frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{4}.$$

G7] Найти расстояние между прямыми:

$$\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-4}{-1}, \quad \frac{x-2}{4} = \frac{y+3}{6} = \frac{z}{-2}.$$

G8] Найти расстояние между прямыми:

$$\frac{x-1}{4} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z+2}{4}, \quad \frac{x+2}{2} = \frac{y+5}{-2} = \frac{z+2}{-1}.$$

849] На прямой $\frac{x}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{-1}$ найти точку, ближайшую к точке $(3; 2; 6)$.
Ответ: $M(3; -1; 0)$.

G9] Составить уравнение общего перпендикуляра двух прямых:

$$\frac{x+2}{-3} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+1}{1}, \quad \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{-8} = \frac{z+2}{2}.$$

Домашнее задание № 7

Мех.-мат. Алг. и геом., 2-й семестр

801] Указать особенности в расположении следующих прямых:

$$3) \begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0, \\ B_1y + D_1 = 0; \end{cases} \quad 7) \begin{cases} 5x + y - 3z - 7 = 0, \\ 2x + y - 3z - 7 = 0. \end{cases}$$

803] При каких B и D прямая $\begin{cases} x - 2y + z - 9 = 0, \\ 3x + By + z + D = 0 \end{cases}$ лежит в плоскости (xy) ? (Ответ: $B = -6$, $D = -27$.)

804] Какому условию должны удовлетворить коэффициенты в уравнении прямой

$$\begin{cases} Ax + By + Cz + D = 0, \\ A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0 \end{cases}$$

для того, чтобы прямая:

1) была \parallel оси x ; 3) совпала с осью z ; 5) лежала в плоскости (xz) ?

806] Какими уравнениями изобразятся проекции прямой

$$\begin{cases} 3x + 2y - z + 5 = 0 \\ x - y - z + 1 = 0 \end{cases}$$

на координатные плоскости?

(Ответ: $2x + 3y + 4 = 0$, $z = 0$, $5y + 2z + 2 = 0$.)

807] Определить следы прямой (точки пересечения с координатными плоскостями) и построить эту прямую:

$$\begin{cases} 6x + 2y - z - 9 = 0, \\ 3x + 2y + 2z - 12 = 0. \end{cases}$$

810] Написать уравнения рёбер тетраэдра (в каноническом виде), вершины которого даны своими координатами:

$$A(0; 0; 2), \quad B(4; 0; 5), \quad C(5; 3; 0), \quad D(-1; 4; -2).$$

814] Составить уравнение прямой, которая проходит через точку $A(1; -5; 3)$ и образует с осями координат углы, соответственно равные 60° , 45° и 120° .

817] Привести к каноническому виду уравнения прямой

$$\begin{cases} 2x - 3y - 3z - 9 = 0, \\ x - 2y + z + 3 = 0. \end{cases} \quad \text{Ответ: } \frac{x}{9} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{1}.$$

819] Определить угол между прямыми:

$$\begin{cases} 3x - 4y - 2z = 0, \\ 2x + y - 2z = 0; \end{cases} \quad \begin{cases} 4x + y - 6z - 2 = 0, \\ y - 3z + 2 = 0. \end{cases} \quad \text{Ответ: } \cos \varphi = \frac{98}{195}.$$

827] Составить уравнения общего перпендикуляра двух прямых:

$$\frac{x-7}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-9}{-1}, \quad \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}.$$

Ответ: $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+3}{4}$. Указание: пусть \vec{a}_1, \vec{a}_2 — направляющие векторы данных прямых. Найти направляющий вектор \vec{a}_3 искомого перпендикуляра. Чтобы найти точку на перпендикуляре, провести через l_1 плоскость с направляющими векторами \vec{a}_1 и \vec{a}_3 и найти её пересечение с l_2 .

828] Найти точку пересечения прямой $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ и плоскости $3x + 5y - z - 2 = 0$. Ответ: $(0; 0; -2)$.

831] При каком значении A плоскость $Ax + 3y - 5z + 1 = 0$ будет параллельна прямой $\frac{x-1}{4} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{1}$? Ответ: $A = -1$.

832] При каких значениях коэффициентов A и B плоскость

$$Ax + By + 6z - 7 = 0$$

перпендикулярна к прямой $\frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-4} = \frac{z+1}{3}$? Ответ: $A = 4, B = -8$.

848] Найти расстояние точки $P(7; 9; 7)$ от прямой

$$\frac{x-2}{4} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{2}. \quad \text{Ответ: } d = \sqrt{22}.$$

851] Найти точку, симметричную с точкой $P(4; 3; 10)$ относительно прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z-3}{5}$. Ответ: $(2; 9; 6)$.

852] Найти расстояние между двумя параллельными прямыми:

$$\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z}{2}, \quad \frac{x-7}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-3}{2}. \quad \text{Ответ: } d = 3.$$

853] Найти расстояние между скрещивающимися прямыми:

$$\frac{x-9}{4} = \frac{y+2}{-3} = \frac{z}{1}, \quad \frac{x}{-2} = \frac{y+7}{9} = \frac{z-2}{2}. \quad \text{Ответ: } d = 7.$$