Линейная алгебра, 3-й семестр (прикл. мат.) 6-е занятие. Функции от операторов. Жорданова форма

$\boxed{\text{A1}}$ Привести матрицу оператора A к диагональному виду:

$$A_e = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}.$$

Найти e^A и e^{tA}. Решить систему линейных однородных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} x_1'(t) = 6x_1(t) + 3x_2(t), \\ x_2'(t) = -4x_1(t) - x_2(t). \end{cases}$$

Замечание.

$$e^{At} = \begin{pmatrix} 4e^{3t} - 3e^{2t} & 3e^{3t} - 3e^{2t} \\ -4e^{3t} + 4e^{2t} & -3e^{3t} + 4e^{2t} \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{A2}}$ Найти жорданов базис и жорданову нормальную форму оператора A, заданного в базисе $e = (e_1, e_2, e_3)$ матрицей

$$A_e = \begin{pmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 3 & -3 & -1 \\ 2 & -1 & -2 \end{pmatrix}.$$

Ответ:

$$P_{e\to u} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -2 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}, \qquad A_u = \begin{pmatrix} -2 & 1 & 0 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{A3}}$ Найти жорданов базис и жорданову нормальную форму оператора A:

$$A_e = \begin{pmatrix} 7 & -3 & 2 \\ 8 & -3 & 4 \\ 4 & -3 & 5 \end{pmatrix}.$$

Домашнее задание № 6.
Алгебра, 3-й семестр (прикл. мат.)

Найти жорданов базис и жорданову нормальную форму оператора A, заданного в базисе $e = (e_1, e_2, e_3)$ матрицей

$$\boxed{1090}\ A_e = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & -1 & 2 \end{pmatrix}.$$

$$\boxed{1091}\ A_e = \begin{pmatrix} 2 & 6 & -15 \\ 1 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$\boxed{1098}\ A_e = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{1165}$ Найти $\sqrt{A}$ (все квадратные корни из A), где

$$A = \begin{pmatrix} 6 & 2 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}.$$

Сделать проверку для каждого корня.

$\boxed{1166}$ Найти e^A и e^{tA}, где

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 \\ 6 & -3 \end{pmatrix}.$$

$\boxed{\text{Дополнительное задание к 1166}}$ Решить систему дифференциальных уравнений, пользуясь понятием экспоненты матрицы:

$$\begin{cases} x_1'(t) = 4x_1(t) - 2x_2(t), \\ x_2'(t) = 6x_1(t) - 3x_2(t). \end{cases}$$