Линейная алгебра, 3-й семестр (прикл. мат.) 8-е занятие. Жорданова форма оператора с многоточечным спектром

Найти ЖНФ и ЖБ оператора A:

$$\boxed{\text{A1}}\ A_e = \begin{pmatrix} -11 & 1 & -11 \\ -32 & 4 & -28 \\ 10 & -1 & 10 \end{pmatrix}.$$

$\det(A - \lambda I) = -(\lambda + 1)(\lambda - 2)^2$.

$$\boxed{\text{A2}}\ A_e = \begin{pmatrix} -6 & -6 & -1 & -11 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ -2 & -2 & -1 & -4 \\ 3 & 4 & 1 & 6 \end{pmatrix}.$$

$\det(A - \lambda I) = (\lambda - 1)(\lambda + 1)^3$.

$$\boxed{\text{A3}}\ A_e = \begin{pmatrix} 7 & -1 & 2 & -2 \\ 2 & 3 & 0 & -2 \\ -3 & 3 & -1 & -1 \\ 6 & -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}.$$

$\det(A - \lambda I) = (\lambda - 1)^2(\lambda - 3)^2$.

Домашнее задание № 8.
Алгебра, 3-й семестр (прикл. мат.)

Найти характеристический многочлен, жорданову нормальную форму, жорданов базис и минимальный многочлен. В каждой задаче дана матрица оператора A в некотором базисе e. Для упрощения проверки приведена жорданова форма. Полная проверка делается по формуле

$$A_e P_{e\to u} = P_{e\to u} A_u.$$

Операторы с многоточечным спектром:

$$\boxed{\text{A1}}\ A_e = \begin{pmatrix} -10 & 7 & 8 \\ -25 & 17 & 17 \\ 13 & -7 & -5 \end{pmatrix}, \qquad A_u = \operatorname{diag}(-4, J_2(3)).$$

$$\boxed{\text{A2}}\ A_e = \begin{pmatrix} -7 & -40 & 17 \\ 9 & 44 & -18 \\ 18 & 84 & -34 \end{pmatrix}, \qquad A_u = \operatorname{diag}(-1, J_2(2)).$$

$$\boxed{\text{A3}}\ A_e = \begin{pmatrix} -7 & -1 & 3 & 3 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ -9 & -2 & 5 & 3 \\ -9 & -1 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \qquad A_u = \operatorname{diag}(-1, J_2(2), 2).$$

$$\boxed{\text{A4}}\ A_e = \begin{pmatrix} 6 & -8 & 8 & 7 \\ -3 & 4 & -5 & -4 \\ -4 & 5 & -6 & -5 \\ -3 & 4 & -4 & -4 \end{pmatrix}, \qquad A_u = \operatorname{diag}(J_2(1), J_2(-1)).$$

Операторы с одноточечным спектром:

$$\boxed{\text{A5}}\ A_e = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 2 & 11 \\ 8 & -1 & -4 & 10 \\ 2 & 2 & -1 & 7 \\ -4 & -2 & 0 & -11 \end{pmatrix}, \qquad A_u = \operatorname{diag}(J_2(-3), J_2(-3)).$$

$$\boxed{\text{A6}}\ A_e = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 1 \\ -3 & 0 & -3 & -1 \\ -2 & -1 & 2 & 0 \\ 7 & 4 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \qquad A_u = \operatorname{diag}(J_3(2), 2).$$