Федеральное агентство по образованию РФ

Федеральное государственное образовательное учреждение
высшего и профессионального образования
«ЮЖНЫЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет математики, механики и компьютерных наук

Кафедра алгебры и дискретной математики

Комбинаторика.
Набор задач для автоматизированной системы обучения

Выпускная квалификационная работа
по методике преподавания математики
студентки 5 курса очной формы обучения
М. И. Ивановой

Руководитель:
ассистент, к. ф.-м. н.
Е. А. Максименко

Ростов-на-Дону

2007

Содержание

0 Введение

Комбинаторика – один из разделов дискретной математики, который приобрёл важное значение в связи с развитием теории вероятности, математической логики, вычислительной техники. Ей уделяется внимание как в школе, так и в дисциплинах младших курсов ВУЗов. В стенах нашего университета комбинаторика преподается как в курсе дискретной математики, так и во введении в теорию вероятности. Элементы комбинаторики находят отражение и в школьном курсе математики - различные варианты объёма и характера изложения в средней школе элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей (более кратко, стохастики) неоднократно появлялись и обсуждались на протяжении последних 10–15 лет. Первые версии, входившие в проекты обязательного минимума содержания обучения математике, включали явно избыточный материал (вплоть до плотностей непрерывно распределённых случайных величин, их математического ожидания и дисперсии и т.п.). Стандарт математического образования, принятый в 2004 году, зафиксировал объём стохастического материала в форме, более пригодной для включения в рамки традиционного курса алгебры и, позже, алгебры и начал анализа.

Вся стохастическая линия состоит из трёх частей: комбинаторной, вероятностной и статистической. Авторы различных учебно-методических комплектов по математике по-разному комбинируют эти составляющие. Однако в России имеется сложившийся курс математики в средней школе, и основная сложность состоит в наиболее приемлемой форме интеграции новых образовательных линий в традиционные методические рамки обучения.

В связи с этим, комбинаторику и, вообще, стохастику зачастую рассматривают как раздел «обычной» алгебры, а не как нечто специальное и отдельное. Так поступают, например, в учебниках [5] и [10], в курсе алгебры, читаемом в школе им. А. Н. Колмогорова на двухгодичном потоке [1]. Другими словами, задачи по комбинаторике довольно часто можно интерпретировать как задачи на повторение, закрепление и углубление знаний по уже изученным темам курса алгебры.

Формул для решения комбинаторных задач немного. Они достаточно просты, не требуют специальной предшествующей подготовки и особого уровня развития, а для школьников могут стать толчком в развитии их интереса к предмету. Но выработка у ученика умения верно определить тип комбинаторной задачи и применить нужную формулу требует заметной практики. Для решения задач нужна определённая интуиция, которая появляется после решения большого числа заданий.

Как и в других областях знания, важна последовательность обучения: сначала научиться правильно и уверенно решать простые задачи, потом переходить к более сложным, которые содержат простые как подзадачи, и т. д. Формирование последовательности заданий, выборка задания в зависимости от проходимой темы представляет собой сложную методическую задачу. Кроме того, необходима проверка большого числа работ. В этом процессе некоторую помощь может оказать автоматизированная система обучения «ProblemsGuide», которая проверяет правильность ответов и сама выбирает задачи, соответствующие текущему уровню развития умений ученика. Данная методическая работа является теоретической базой для системы и рассчитана на учащихся старших классов средних школ, студентов естественнонаучных факультетов университета.

Тема «Комбинаторика» разбита на три урока, в каждом из которых кратко излагается теоретический материал, необходимый для понимания темы и находится большой набор задач.

Урок задается XML-файлом. В начале файла содержится список всех умений требуемых или развиваемых в данном уроке. Умения делятся на три группы – «Предполагаемые», «Проверяемые» и «Основные». Система считает, что ученик уже владеет «предполагаемыми» навыками, быстро определяет, достаточно ли развиты «проверяемые» умения, а затем в течение урока развивает «основные» умения. Основную часть урока составляет список всех задач урока. Описание каждой задачи состоит из списка умений, которые необходимы для ее решения, умений, которые она развивает, формулировки задачи, ответа и источника. Для каждого из развиваемых умений в урок включено избыточное количество объяснений (из не менее двух источников) и задач (не менее четырех для каждого умения). Описание задачи и принцип избыточности определяют тактику прохождения урока. В начале урока система считает, что текущий уровень всех умений равен нулю. Каждый раз после решения какой-либо задачи текущий уровень каждого из умений, которые она развивает, увеличивается на 1, а каждого из умений, которые она требует, — на $1/2$. При выборе следующей задачи следующей задачи «ProblemsGuide» руководствуется следующими принципами:

- Задача должны быть одной из нерешённых;
- Ученик должен быть подготовлен к решению задачи, т. е. должны быть достаточно развиты необходимые для её решения умения;
- Задача должна развивать одно из недостаточно развитых умений (это позволяет отбросить «избыточные» задачи);
- Предпочтение отдается тем задачам, у которых развиваемые умения расположены как можно раньше в списке умений текущей группы;
- Предпочтение отдается еще не решавшимся задачам и тем, которые находятся выше в списке задач;
- Среди задач, которые уже предлагались, но не были решены, предпочтение отдается тем, которые предлагались раньше.

При составлении задач была использована следующая литература: [1] – [14].

1 Общие правила комбинаторики

Первый урок раздела “Комбинаторика” содержит задачи на самые простые правила.

Список умений

1. Понятие декартова произведения множеств
   развивается в задачах: 0
   используется в задачах: 1, 2, 3, 4, 8, 11
2. Сложение множеств
   развивается в задачах: 6
   используется в задачах: 7
3. Правило суммы
   развивается в задачах: 5, 7
   используется в задачах: 9, 11, 12, 23, 24
4. Применение правила суммы
   развивается в задачах: 9, 11, 12
5. Правило произведения
   развивается в задачах: 1, 2, 3, 4, 8, 11
   используется в задачах: 9, 10, 12, 13, 14, 23, 24, 31, 32
6. Применение правила произведения
   развивается в задачах: 9, 10, 12, 13, 14
   используется в задачах: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22
7. Множество степень
   развивается в задачах: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22
8. Правило включения-исключения
   развивается в задачах: 23, 24
   используется в задачах: 25, 26, 27, 28, 29, 30
9. Применение правила включения-исключения
   развивается в задачах: 25, 26, 27, 28, 29, 30
10. Принцип Дирихле
    развивается в задачах: 31, 32
    используется в задачах: 33, 34, 35, 36, 37, 38
11. Применение принципа Дирихле
    развивается в задачах: 33, 34, 35, 36, 37, 38

Задача Combin1-0

- Понятие декартова произведения множеств

Пусть множество A_1 содержит n_1 элементов, A_2 - n_2элементов,..., A_k - n_k элементов. Тогда множество $A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_k$ называется декартовым произведением множеств и содержит $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_k$ различных элементов, каждый из которых представляет собой упорядоченный набор элементов множеств $(a_1, a_2, \ldots, a_k)$, где $a_i \in A_i, i = 1, 2, \ldots, k$.

Ответ (типа '`void`'): не требуется

Источник задачи: [3], Ч. 1.

Задача Combin1-1

- Правило произведения
- ○ Понятие декартова произведения множеств

Сколько существует различных семизначных телефонных номеров (считается, что номер начинаться с нуля не может)?

Ответ (типа '`number`'): `9000000`

Источник задачи: [11], 60336

Задача Combin1-2

- Правило произведения
- ○ Понятие декартова произведения множеств

Пусть из пункта А в пункт В имеется 5 дорог, а из пункта В в пункт С - 6 дорог. Сколько имеется различных вариантов проезда из пункта А в пункт С?

Ответ (типа '`number`'): `30`

Источник задачи: [3], с. 1

Задача Combin1-3

- Правило произведения
- ○ Понятие декартова произведения множеств

Пусть из пункта А в пункт В имеется 5 дорог. Сколько имеется различных вариантов проезда из пункта А в пункт В?

Ответ (типа '`number`'): `25`

Источник задачи: [3], с. 1

Задача Combin1-4

- Правило произведения
- ○ Понятие декартова произведения множеств

Пусть из пункта A в пункт B имеется 5 дорог. Сколько имеется различных вариантов проезда из пункта A в пункт B при условии, что дороги туда и обратно будут разными?

Ответ (типа '`number`'): `20`

Источник задачи: [3], с. 1

Задача Combin1-5

- Правило суммы

Правило суммы.
Если элемент a можно выбрать m способами, а элемент b (независимо от выбора элемента a)— n способами, то выбор «a или b» можно сделать $m + n$ способами.

Ответ (типа '`void`'): не требуется

Источник задачи: [1]

Задача Combin1-6

- Сложение множеств

Пусть A и B - конечные непересекающиеся множества (т.е. $A \cap B = \varnothing$), тогда
$|A \cup B| = |A| + |B|$.

Ответ (типа '`void`'): не требуется

Источник задачи: [7]

Задача Combin1-7

- Правило суммы
- ○ Сложение множеств

Пусть A и B - конечные множества, тогда
$|A \cup B| = |A| + |B| - |A \cap B|$.

Ответ (типа '`void`'): не требуется

Источник задачи: [7]

Задача Combin1-8

- Правило произведения
- ○ Понятие декартова произведения множеств

Правило произведения.
Если первое действие можно сделать n_1 различными способами, второе - n_2 способами, ..., k-е - n_k различными способами, то все k действий можно совершить $n_1 \cdot n_2 \ldots n_k$ способами.

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [3], ч. 1

Задача Combin1-9

- Применение правила произведения
- Применение правила суммы
- ○ Правило произведения
- ○ Правило суммы

В языке одного древнего племени было 6 гласных и 8 согласных, причем при составлении слов гласные и согласные непременно чередовались. Сколько слов из девяти букв могло быть в этом языке?

Ответ (типа 'number'): 32256

Источник задачи: [11], 60339, уменьшены числовые параметры

Задача Combin1-10

- Применение правила произведения
- ○ Правило произведения

Найдите количество пятизначных чисел, в десятичной записи которых содержится хотя бы одна цифра 8.

Ответ (типа 'number'): 37512

Источник задачи: [11], 35044

Задача Combin1-11

- Правило произведения
- Применение правила суммы
- ○ Правило суммы
- ○ Понятие декартова произведения множеств

Номер автомашины состоит из трех букв русского алфавита (30 букв) и трех цифр. Сколько существует различных номеров автомашин?

Ответ (типа 'number'): `27000000`

Источник задачи: [11], 60337

Задача Combin1-12

- Применение правила произведения
- Применение правила суммы
  - Правило суммы
  - Правило произведения

Если перевернуть лист, на котором написаны цифры, то цифры 0, 1, 8 не изменятся, 6 и 9 поменяются местами, остальные потеряют смысл. Сколько существует девятизначных чисел, которые при переворачивании листа не изменяются?

Ответ (типа 'number'): `1500`

Источник задачи: [11], 78175

Задача Combin1-13

- Применение правила произведения
  - Правило произведения

Числа $1, 2, 3, \ldots, 7$ записываются в строчку в таком порядке, что если где-то (не на первом месте) записано число i, то где-то слева от него встретится хотя бы одно из чисел $i+1$ и $i-1$. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ (типа 'number'): `128`

Источник задачи: [11], 97993, изменены числовые параметры

Задача Combin1-14

- Применение правила произведения
  - Правило произведения

В урне находятся 10 белых, 15 черных и 20 красных шаров. Сколькими различными способами можно взять из урны 3 шара разных цветов?

Ответ (типа 'number'): `3000`

Источник задачи: [3]

Задача Combin1-15

- Множество степень
  - Применение правила произведения

Пусть A и B - конечные непустые множества, тогда A^{B} - конечное множество и $|\mathsf{A}^{\mathsf{B}}| = |\mathsf{A}|^{|\mathsf{B}|}$.

Ответ (типа '`void`'): не требуется

Источник задачи: [7]

Задача Combin1-16

- Множество степень
  - Применение правила произведения

В НИИ работают 4 курьера. Сколько способов рассылки 7 писем, адресованных в 7 различных организаций, если доставкой занимаются только курьеры, работающие в НИИ?

Ответ (типа '`number`'): `16384`

Источник задачи: [7]

Задача Combin1-17

- Множество степень
  - Применение правила произведения

Сколькими способами можно разложить 7 монет различного достоинства по трем карманам?

Ответ (типа '`number`'): `2187`

Источник задачи: [1], 2.14

Задача Combin1-18

- Множество степень
  - Применение правила произведения

Из колоды карт (36 штук) наудачу по одной, каждый раз возвращая карту после фиксирования ее номинала, извлекают 3 карты. сколько можно составить наборов, в которых будут только короли?

Ответ (типа '`number`'): `64`

Источник задачи: [9], 0.7

Задача Combin1-19

- Множество степень
  - Применение правила произведения

В кабину лифта 9-ти этажного дома вошло 3 пассажира, каждый из которых может выйти на любом из 8 этажей. Сколькими способами может осуществиться разгрузка лифта?

Ответ (типа '`number`'): `512`

Источник задачи: [7]

Задача Combin1-20

- Множество степень
  - Применение правила произведения

Сколькими способами можно прочитать слово “строка”, двигаясь вправо или вниз?:
С Т Р О К А
Т Р О К А
Р О К А
О К А
К А
А

Ответ (типа '`number`'): `32`

Источник задачи: [11], 35547

Задача Combin1-21

- Множество степень
  - Применение правила произведения

Назовем натуральное число “симпатичным”, если в его записи встречаются только нечетные цифры. Сколько существует четырехзначных “симпатичных” чисел?

Ответ (типа '`number`'): `625`

Источник задачи: [11], 60349

Задача Combin1-22

- Множество степень
  - Применение правила произведения

Номер автомашины состоит из трех букв русского алфавита (30 букв) и трех цифр. Сколько существует различных номеров автомашин?

Ответ (типа '`number`'): `27000000`

Источник задачи: [11], 60337

Задача Combin1-23

- Правило включения-исключения
- ○ Правило произведения
- ○ Правило суммы

Пусть $A_1, A_2, \ldots, A_n$ - конечные множества, тогда

$$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = \\ = (|A_1| + |A_2| + \ldots + |A_n|) - (|A_1 \cap A_2| + |A_1 \cap A_3| + \ldots + |A_{n-1} \cap A_n|) + \\ + (|A_1 \cap A_2 \cap A_3| + \ldots + |A_{n-2} \cap A_{n-1} \cap A_n|) - \ldots + \\ + (-1)^{n-1}|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n|,\end{aligned}$$

т. е.

$$\begin{aligned}|A_1 \cup A_2 \cup \ldots \cup A_n| = \sum_{i=1}^{n} |A_i| - \sum_{1 \leqslant i < j \leqslant n} |A_i \cap A_j| + \\ + \sum_{1 \leqslant i < j < k \leqslant n} |A_i \cap A_j \cap A_k| - \ldots + \\ + (-1)^{n-1}|A_1 \cap A_2 \cap \ldots \cap A_n|\end{aligned}$$

Ответ (типа '`void`'): не требуется

Источник задачи: [7]

Задача Combin1-24

- Правило включения-исключения
- ○ Правило суммы
- ○ Правило произведения

Во всех зоопарках, где есть гиппопотамы и носороги, нет жирафов. Во всех зоопарках, где есть носороги и нет жирафов, есть гиппопотамы. Наконец, во всех зоопарках, где есть гиппопотамы и жирафы, есть и носороги. Может ли существовать такой зоопарк, в котором есть гиппопотамы, но нет ни жирафов, ни носорогов?

Ответ (типа '`choice`'):

- ○ Нет
- Да

Источник задачи: [1], 2.96

Задача Combin1-25

- Применение правила включения-исключения
- ○ Правило включения-исключения

Двоечники. В классе имеется a_1 учеников, получивших в течение года хотя бы одну двойку, a_2 учеников, получивших не менее двух двоек, и т. д., a_k учеников, получивших не менее k двоек. Сколько всего двоек в этом классе? (Предполагается, что ни у кого нет более k двоек.)

Ответ (типа 'choice'):

- ○ $a_1 + a_k$
- ○ k^2
- ○ $(a_1 + a_2 + \ldots + a_k) \cdot k$
- $a_1 + a_2 + \ldots + a_k$

Источник задачи: [1], 2.97

Задача Combin1-26

- Применение правила включения-исключения
- ○ Правило включения-исключения

Из 100 студентов университета английский язык знают 28 студентов, немецкий — 30, французский — 42, английский и немецкий—8, английский и французский—10, немецкий и французский—5, все три языка знают 3 студента. Сколько студентов не знают ни одного из трех языков?

Ответ (типа 'number'): 20

Источник задачи: [1], 2.100

Задача Combin1-27

- Применение правила включения-исключения
- ○ Правило включения-исключения

На загородную прогулку поехало 92 человека. Бутерброды с колбасой взяли 47 человек, сыром - 38 человек, с ветчиной - 42 человека, с сыром и с колбасой - 28 человек, с колбасой и с ветчиной - 31 человек, с сыром и с ветчиной - 26 человек, все три вида бутербродов взяли 25 человек. Несколько человек вместо бутербродов захватили с собой пирожки. Сколько человек взяли с собой пирожки?

Ответ (типа 'number'): 25

Источник задачи: [3], ч. 1, с. 5

Задача Combin1-28

- Применение правила включения-исключения
- ○ Правило включения-исключения

Сколько существует целых чисел от 1 до 33000, которые не делятся ни на 3 ни на 5, но делятся на 11?

Ответ (типа 'number'): `1600`

Источник задачи: [1], 2.103

Задача Combin1-29

- Применение правила включения-исключения
- ○ Правило включения-исключения

Антон, Артем и Вера решили вместе 100 задач по математике. Каждый из них решил 60 задач. Назовем задачу трудной, если ее решил только один человек, и легкой, если ее решили все трое. Насколько отличается количество трудных задач от количества легких?

Ответ (типа 'number'): `20`

Источник задачи: [11], 35355

Задача Combin1-30

- Применение правила включения-исключения
- ○ Правило включения-исключения

Пассажир оставил вещи в автоматической камере хранения, а когда пришел получать вещи, выяснилось, что он забыл номер. Чтобы открыть камеру, нужно правильно набрать пятизначный номер. Он только помнит, что в номере были числа 23 и 37. Каково наименьшее количество номеров нужно перебрать, чтобы наверняка открыть камеру? (Числа 23 и 37 можно увидеть и в числе 237.)

Ответ (типа 'number'): `356`

Источник задачи: [11], 60345

Задача Combin1-31

- Принцип Дирихле
- ○ Правило произведения

Принцип Дирихле (принцип ящиков).
При любом распределении $n \cdot k+1$ или более предметов по n ящикам в каком-нибудь ящике окажется не менее чем $k+1$ предмет.

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [1]

Задача Combin1-32

- Принцип Дирихле
  - Правило произведения

В мешке 70 шаров, отличающихся только цветом: 20 красных, 20 синих, 20 желтых, остальные— черные и белые. Какое наименьшее число шаров надо вынуть из мешка, не видя их, чтобы среди них было не менее 10-ти шаров одного цвета?

Ответ (типа 'number'): 38

Источник задачи: [1]

Задача Combin1-33

- Применение принципа Дирихле
  - Принцип Дирихле

Имеется $2k+1$ карточек, занумерованных числами от 1 до $2k+1$. Какое наибольшее число карточек можно выбрать так, чтобы ни один из извлеченных номеров не был равен сумме двух других извлеченных номеров?

Ответ (типа 'string'): `k+1`

Источник задачи: [1], 2.20

Задача Combin1-34

- Применение принципа Дирихле
  - Принцип Дирихле

Имеется 2000 точек. Какое максимальное число троек можно из них выбрать так, чтобы каждые две тройки имели ровно одну общую точку?

Ответ (типа 'number'): 999

Источник задачи: [1], 2.27

Задача Combin1-35

- Применение принципа Дирихле
  - Принцип Дирихле

На прямоугольном листе клетчатой бумаги размером 10 на 15 клеток расположено несколько квадратов, стороны которых идут по вертикальным и горизонтальным линиям бумаги. Известно, что никакие два квадрата не совпадают и никакой квадрат не содержит внутри себя другой квадрат. Каково наибольшее число таких квадратов?

Ответ (типа 'number'): `150`

Источник задачи: [11], 79384

Задача Combin1-36

- Применение принципа Дирихле
- ○ Принцип Дирихле

Какое наименьшее число карточек спортлото (6 из 49) надо купить, чтобы наверняка хоть в одной из них был угадан хоть один номер?

Ответ (типа 'number'): `8`

Источник задачи: [11], 32044

Задача Combin1-37

- Применение принципа Дирихле
- ○ Принцип Дирихле

Даны 1002 различных числа, не превосходящих 2000. Докажите, что из них можно выбрать три таких числа, что сумма двух из них равна третьему. Останется ли это утверждение справедливым, если число 1002 заменить на 1001?

Ответ (типа 'choice'):

- ○ Нет
- Да

Источник задачи: [1], 2.28

Задача Combin1-38

- Применение принципа Дирихле
- ○ Принцип Дирихле

В каждой комнате особняка стояли букеты цветов. Всего было 30 букетов роз, 20 — гвоздик и 10 — хризантем, причём в каждой комнате стоял хотя бы один букет. При этом ровно в двух комнатах стояли одновременно и хризантемы, и гвоздики, ровно в трех комнатах — и хризантемы, и розы, ровно в четырех комнатах — и гвоздики, и розы. Что можно сказать о комнатах этого особняка?

Ответ (типа 'choice'):

- ○ Комнат не меньше 55.
- ○ Комнат не меньше 54.
- ○ Комнат не больше 55.
- ● Комнат не больше 54.

Источник задачи: [11], 88180

2 Сочетания, размещения и перестановки.

Второй урок раздела “Комбинаторика” посвящен самому обширному классу комбинаторных задач.

Список умений «Предполагаемые»

1. Применение правила суммы
   используется в задачах: 12, 17, 24
2. Применение правила произведения
   используется в задачах: 9, 10, 11, 12, 13, 15, 16, 25, 31, 32, 33, 35, 36
3. Применение принципа Дирихле
   используется в задачах: 14

Список умений «Основные»

1. Сочетания
   развивается в задачах: 0, 1
   используется в задачах: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17
2. Применение формулы числа сочетаний
   развивается в задачах: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17
3. Размещения
   развивается в задачах: 18, 19
   используется в задачах: 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 28
4. Применение формулы числа размещений
   развивается в задачах: 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26
5. Перестановки
   развивается в задачах: 27, 28
   используется в задачах: 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40
6. Применение формулы числа перестановок
   развивается в задачах: 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39, 40

Задача Combin2-0

- Сочетания

Будем рассматривать множество из n различимых элементов. Пусть $0 \leqslant k \leqslant n$ — фиксированное число.
Сочетанием из n элементов по k называется любое k-элементное подмножество рассматриваемого n-элементного множества. При этом подмножества различаются только элементами, входящими в них, порядк, в котором они расположены, не имеет значения.
Число различных сочетаний из n элементов по k находится по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [3]

Задача Combin2-1

- Сочетания

Определение. $M = \{a_1, \ldots, a_n\}$ — множество из n элементов. k-сочетаниями называются наборы $(a_{i_1}, \ldots, a_{i_k})$, в которых порядок считается несущественным. То есть два k-сочетания считаются различными, если они отличаются друг от друга входящими в них элементами, но не порядком элементов.
Число сочетаний из n элементов по k находится по формуле

$$C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}.$$

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [1]

Задача Combin2-2

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания

Если множество содержит десять элементов, то сколько оно имеет трехэлементных подмножеств?

Ответ (типа 'number'): 120

Источник задачи: [2], 8.31

Задача Combin2-3

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания

Сколько строк длины девять содержат ровно 5 единиц и 4 нуля?

Ответ (типа 'number'): `126`

Источник задачи: [2], 8.32

Задача Combin2-4

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания

Сколько имеется шестизначных чисел, если первая цифра разряд может быть нулем, цифры не должны повторяться и последние две цифры должны быть 7 и 8?

Ответ (типа 'number'): `3360`

Источник задачи: [2], 8.3.9, а

Задача Combin2-5

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания

Сколько имеется шестизначных чисел, если первая цифра разряд может быть нулем, цифры не должны повторяться и первая цифра должна быть 1, а последние две цифры не могут быть 7 и 8?

Ответ (типа 'number'): `8820`

Источник задачи: [2], 8.3.9, б

Задача Combin2-6

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания

Сколько имеется шестизначных чисел, если первая цифра разряд может быть нулем, цифры не должны повторяться и цифры 7 и 8 должны стоять рядом?

Ответ (типа 'number'): `30240`

Источник задачи: [2], 8.3.9, в

Задача Combin2-7

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания

Сколько имеется шестизначных чисел, если первая цифра разряд может быть нулем, цифры не должны повторяться и число должно делиться на 4?

Ответ (типа 'number'): `36960`

Источник задачи: [2], 8.3.9, г

Задача Combin2-8

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания

Сколько имеется шестизначных чисел, если первая цифра разряд может быть нулем, цифры не должны повторяться и число должно делиться на 8?

Ответ (типа 'number'): `50400`

Источник задачи: [2], 8.3.9, д

Задача Combin2-9

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания
  - Применение правила произведения

Говорят, что 5-карточный расклад содержит каре, если 4 из них являются либо тузами, либо королями, либо дамами и т.д. Эти четыре карты называются картами одного ранга. Сколько существует раскладов, при которых пятерка карт содержит каре?

Ответ (типа 'number'): `624`

Источник задачи: [2], 8.36

Задача Combin2-10

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания
  - Применение правила произведения

"Фулл хаус" содержит три карты одного ранга и два карты другого ранга. Например, расклад, содержащий три короля и две шестерки представляет собой "фулл хаус". Сколько существует пятикарточных раскладов с "фулл хаус"?

Ответ (типа 'number'): `3744`

Источник задачи: [2], 8.37

Задача Combin2-11

- Применение формулы числа сочетаний
- ○ Применение правила произведения
- ○ Сочетания

На прямой отмечено 10 точек, а на параллельной ей прямой - 11 точек. Сколько существует четырехугольников с вершинами в этих точках?

Ответ (типа 'number'): 2475

Источник задачи: [11], 30695,б

Задача Combin2-12

- Применение формулы числа сочетаний
- ○ Применение правила суммы
- ○ Применение правила произведения
- ○ Сочетания

На прямой отмечено 10 точек, а на параллельной ей прямой - 11 точек. Сколько существует треугольников с вершинами в этих точках?

Ответ (типа 'number'): 1045

Источник задачи: [11], 30695, а

Задача Combin2-13

- Применение формулы числа сочетаний
- ○ Применение правила произведения
- ○ Сочетания

Сколькими способами можно составить комиссию из 3 человек, выбирая ее членов из 4 супружеских пар, но так, чтобы члены одной семьи не входили в комиссию одновременно?

Ответ (типа 'number'): 32

Источник задачи: [11], 30697

Задача Combin2-14

- Применение формулы числа сочетаний
- ○ Сочетания
- ○ Применение принципа Дирихле

В волейбольном турнире команды играют друг с другом по одному матчу. За победу дается одно очко, за поражение—ноль. Известно, что в один из моментов турнира все команды имели разное количество очков. Сколько очков набрала в конце турнира предпоследняя команда?

Ответ (типа '`number`'): `1`

Источник задачи: [1], 2.30

Задача Combin2-15

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания
  - Применение правила произведения

В коробке находятся 50 деталей, из которых 10 бракованных. Из коробки наудачу берутся 5 деталей. найти число различных способов взятия 5-ти деталей, среди которых ровно 3 бракованных.

Ответ (типа '`number`'): `93600`

Источник задачи: [3], с. 7

Задача Combin2-16

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания
  - Применение правила произведения

Из колоды в 36 карт наудачу берутся 6 карт. Найти число различных способов взятия.

Ответ (типа '`number`'): `1947792`

Источник задачи: [3], с. 7

Задача Combin2-17

- Применение формулы числа сочетаний
  - Сочетания
  - Применение правила суммы

Из колоды в 36 карт наудачу берутся 6 карт. Найти число различных способов взятия 6 карт, содержащих хотя бы один туз.

Ответ (типа '`number`'): `1009050`

Источник задачи: [3], с. 7

Задача Combin2-18

- Размещения

Определение. Пусть $M = \{a_1, \ldots, a_n\}$ — множество из n элементов. Наборы вида $(a_{i_1}, \ldots, a_{i_k})$ будем называть k - размещениями. Два k - размещения считаются различными, если они отличаются друг от друга входящими в них элементами или порядком элементов. Если в размещениях элементы $a_{i_1}, \ldots, a_{i_k}$ попарно различны, то это размещения без повторений.
Количество размещений без повторений обозначается A_n^k и

$$A_n^k = n(n-1)\ldots(n-k+1)$$

.

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [1]

Задача Combin2-19

- Размещения

Будем рассматривать множество из n различимых эелементов. Пусть $0 \leqslant k \leqslant n$ — фиксированное число.
Размещением из n элементов по k называется любое k-элементное упорядоченное подмножество рассматриваемого n-элементного множества.
Таким образом, размещение из n элементов по k определяется элементами, входящими в это подмножество, а также порядком следования этих элементов. Число размещений из n элементов по k находится по формуле

$$A_n^k = k!C_n^k = \tfrac{n!}{(n-k)!}.$$

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [3]

Задача Combin2-20

- Применение формулы числа размещений
  - Размещения

Местоком состоит из 7 человек. Выбирается президиум в составе трех человек: председателя, заместителя председателя и секретаря. Сколько существует различных способов образования президиума?

Ответ (типа 'number'): 210

Источник задачи: [3]

Задача Combin2-21

- Применение формулы числа размещений
- ○ Размещения

На 9 карточках написано по одной цифре от 1 до 9 без повторений. Располагая любые 3 карточки в строку, мы получим трехзначное число. Сколько различных трехзначных чисел можно изобразить при помощи этих 9 карточек?

Ответ (типа 'number'): `504`

Источник задачи: [3], с.9

Задача Combin2-22

- Применение формулы числа размещений
- ○ Размещения

Из колоды в 36 карт берут наудачу без возвращения по одной карте три раза. Сколько существует различных способов получения трех карт, среди которых на первых двух местах — бубна, а на третьем — пика?

Ответ (типа 'number'): `648`

Источник задачи: [3], с.10

Задача Combin2-23

- Применение формулы числа размещений
- ○ Размещения

На корабле имеется 7 флажков семи основных цветов. Для передачи команды на другой корабль на мачту поднимают k флажков ($1 \leqslant k \leqslant 7$) и располагают по вертикали сверху вниз. Каждому способу расположения k таких флажков соответствует своя команда, различнм способам расположения k флажков соответствует разные команды. Сколько существует различных команд, которые можно передать пятью флажками?

Ответ (типа 'number'): `2520`

Источник задачи: [3], с.10

Задача Combin2-24

- Применение формулы числа размещений
- ○ Размещения
- ○ Применение правила суммы

На корабле имеется 7 флажков семи основных цветов. Для передачи команды на другой корабль на мачту поднимают k флажков ($1 \leqslant k \leqslant 7$) и располагают по вертикали сверху вниз. Каждому способу расположения k таких флажков соответствует своя команда, различнм способам расположения k флажков соответствует разные команды. Сколько всего существует различных команд, которые можно передать этими флажками?

Ответ (типа '`number`'): `13699`

Источник задачи: [3], с.10

Задача Combin2-25

- Применение формулы числа размещений
  - Размещения
  - Применение правила произведения

В урне находятся 10 белых, 15 черных и 20 красных шаров. Из урны последовательно без возвращений производять 9 извлечений по одному шару. Сколькими различными способами можно произвести указанное извлечение так, чтобы два первых извлеченных шара были белыми, при последующих трех извлечениях шары оказались черными, при оставшихся четырех извлечениях — красными?

Ответ (типа '`number`'): `28569996000`

Источник задачи: [3], с. 11

Задача Combin2-26

- Применение формулы числа размещений
  - Размещения

В первой группе класса соревнований по футболу участвуют 17 команд. Разыгрываются медали: золотые, серебрянные и бронзовые. сколькими способами они могут быть распределены

Ответ (типа '`number`'): `4080`

Источник задачи: [13], с. 31

Задача Combin2-27

- Перестановки

Перестановка это упорядоченный набор некоторых объектов $\{a_1, a_2, \ldots, a_n\}$. При этом n называется порядком перестановки. Число всех перестановок порядка n равно $n! = 1 \cdot 2 \cdot \cdots \cdot n$.

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [2]

Задача Combin2-28

- Перестановки
- ○ Размещения

Определение. Перестановками называются n-размещения без повторений элементов множества $M = \{a_1, \ldots, a_n\}$.
Выберите правильную формулу для числа перестановок из n элементов:

Ответ (типа 'choice'):

- ○ 2^n
- ○ n^2
- ● $n!$
- ○ $\frac{n(n-1)}{2}$

Источник задачи: Максименко Е. А.

Задача Combin2-29

- Применение формулы числа перестановок
- ○ Перестановки

На 9 карточках написано по одной цифре от 1 до 9 без повторений. Располагая любые 3 карточки в строку, мы получим трехзначное число. Сколько различных девятизначных чисел можно изобразить при помощи этих 9 карточек?

Ответ (типа 'number'): 362880

Источник задачи: [3], с.9

Задача Combin2-30

- Применение формулы числа перестановок
- ○ Перестановки

Пять пар идут в кино. Сколькими способами они могут занять места, если они могут сидеть в любом порядке?

Ответ (типа 'number'): 3628800

Источник задачи: [2], 8.3.7, а

Задача Combin2-31

- Применение формулы числа перестановок
  - Перестановки
  - Применение правила произведения

Пять пар идут в кино. Сколькими способами они могут занять места, если все пять пар сидят подряд?

Ответ (типа 'number'): `3840`

Источник задачи: [2], 8.3.7, б

Задача Combin2-32

- Применение формулы числа перестановок
  - Перестановки
  - Применение правила произведения

Сколько существует способов рассадить за круглым столом пятерых мужчин и пятерых женщин, если двое мужчин не должны сидеть рядом?

Ответ (типа 'number'): `2880`

Источник задачи: [2], 8.3.11

Задача Combin2-33

- Применение формулы числа перестановок
  - Перестановки
  - Применение правила произведения

Сколькими способами можно расположить для фотографирования пять мальчиков и шесть девочек, если ни две девочки, ни два мальчика не должны стоять рядом?

Ответ (типа 'number'): `28800`

Источник задачи: [2], 8.24

Задача Combin2-34

- Применение формулы числа перестановок
  - Перестановки

На книжной полке требуется расположить 5 различных книг по математике, 2 различных книг по физике и 6 различных книг по информатике. сколькими способами это можно сделать, если не существует никаких ограничений?

Ответ (типа 'number'): `6227020800`

Источник задачи: [2], 8.26, изменены числовые данные

Задача Combin2-35

- Применение формулы числа перестановок
- ○ Перестановки
- ○ Применение правила произведения

На книжной полке требуется расположить 5 различных книг по математике, 2 различных книг по физике и 6 различных книг по информатике. сколькими способами это можно сделать, если все книги по одному и тому же предмету должны стоять все вместе?

Ответ (типа 'number'): `1036800`

Источник задачи: [2], 8.26, б, изменены числовые данные

Задача Combin2-36

- Применение формулы числа перестановок
- ○ Перестановки
- ○ Применение правила произведения

На книжной полке требуется расположить 5 различных книг по математике, 2 различных книг по физике и 6 различных книг по информатике. сколькими способами это можно сделать, если все книги по одному и тому же предмету должны стоять все вместе, но математические книги и книге по информатике не должны стоять рядом?

Ответ (типа 'number'): `345600`

Источник задачи: [2], 8.26, в, изменены числовые данные

Задача Combin2-37

- Применение формулы числа перестановок
- ○ Перестановки

В пассажирском поезде 5 вагонов. Сколькими способами можно распределить по вагонам 5 проводников, если за каждым вагоном закрепляется один проводник?

Ответ (типа 'number'): `120`

Источник задачи: [1], 2.36, изменены числовые данные

Задача Combin2-38

- Применение формулы числа перестановок
- ○ Перестановки

Слово - любая конечная последовательность букв русского алфавита. Сколько различных слов можно составить из слова “ВЕКТОР”?

Ответ (типа 'number'): `720`

Источник задачи: [11], 30330

Задача Combin2-39

- Применение формулы числа перестановок
  - Перестановки

Семь девушек водят хоровод. Сколькими различными способами они могут встать в круг?

Ответ (типа 'number'): `360`

Источник задачи: [13], с. 36

Задача Combin2-40

- Применение формулы числа перестановок
  - Перестановки

Лингвистам попался текст на неизвестном языке, написанный с помощью 12 знаков. Эти знаки являются буквами, изображающими каждый один из 12 звуков. Сколькими способами можно сопоставить звуки знакам письма, если известно что 7 знаков используется для гласных, а 5 знаков для согласных?

Ответ (типа 'number'): `604800`

Источник задачи: [13], с. 35, изменены числовые данные

3 Сочетания, размещения и перестановки с повторениями.

Третий урок раздела “Комбинаторика” призван развить навыки решения задач без повторений и показать их отличие от задач на число сочетаний, размещений и перестановок с повторениями.

Список умений «Предполагаемые»

1. Применение правила суммы
   используется в задачах: 2, 4, 7, 9
2. Применение правила произведения
   используется в задачах: 0, 2, 3, 7, 9, 10, 12
3. Сочетания
   используется в задачах: 1
4. Размещения
   используется в задачах: 5, 8, 28, 29
5. Перестановки
   используется в задачах: 11, 22

Список умений «Проверяемые»

1. Применение формулы числа сочетаний
   развивается в задачах: 1, 3, 4, 7, 9
   используется в задачах: 13, 14
2. Применение формулы числа размещений
   развивается в задачах: 0, 2, 5, 6, 8
3. Применение формулы числа перестановок
   развивается в задачах: 0, 10, 11, 12
   используется в задачах: 23

Список умений «Основные»

1. Сочетания с повторениями
   развивается в задачах: 13, 14
   используется в задачах: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21
2. Применение формулы числа сочетаний с повторениями
   развивается в задачах: 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21
3. Перестановки с повторениями
   развивается в задачах: 22, 23
   используется в задачах: 24, 25, 26, 27

4. Применение формулы числа перестановок с повторениями
   развивается в задачах: 24, 25, 26, 27
5. Размещения с повторениями
   развивается в задачах: 28, 29
   используется в задачах: 22,30, 31, 32, 33, 34
6. Применение формулы числа размещений с повторениями
   развивается в задачах: 30, 31, 32, 33, 34

Задача Combin3-0

- ● Применение формулы числа размещений
- ● Применение формулы числа перестановок
- ○ Применение правила произведения

В библиотеке в очереди стоят 10 студентов. Сколько будет вариантов очередей, в которых между двумя определенными студентами A и B стоят два студента?

Ответ (типа 'number'): `564480`

Источник задачи: [9], 0.14

Задача Combin3-1

- ● Применение формулы числа сочетаний
- ○ Сочетания

В генетическом эксперименте из выборки, содержащей по 10 белых, красных и розовых цветков, для опыления были взяты 4 белых, 7 красных и 5 розовых цветков. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ (типа 'choice'):

- ○ $\dfrac{4! \cdot 7! \cdot 5!}{10!}$
- ○ $A_{10}^{4} \cdot A_{10}^{7} \cdot A_{10}^{5}$
- ○ $C_{30}^{4} \cdot C_{30}^{7} \cdot C_{30}^{5}$
- ● $C_{10}^{4} \cdot C_{10}^{7} \cdot C_{10}^{5}$

Источник задачи: [9], 0.23

Задача Combin3-2

- ● Применение формулы числа размещений
- ○ Применение правила суммы
- ○ Применение правила произведения

Из пяти карточек на которых написаны цифры 1, 2, 3, 4, 5, наудачу выбираются три карточки и раскладываются в ряд в порядке появления. Сколько различных нечетных чисел можно составить?

Ответ (типа 'number'): `36`

Источник задачи: [9], 0.3

Задача Combin3-3

- Применение формулы числа сочетаний
  - Применение правила произведения

В урне находятся 8 белых и 6 красных шаров. Найти число способов выбора пяти шаров, если три шара должны быть белого, а два - красного цвета.

Ответ (типа 'number'): `840`

Источник задачи: [9], 0.21, б

Задача Combin3-4

- Применение формулы числа сочетаний
  - Применение правила суммы

В урне находятся 8 белых и 6 красных шаров. Найти число способов выбора пяти шаров, если все пять шаров должны быть одного цвета.

Ответ (типа 'number'): `62`

Источник задачи: [9], 0.21, в

Задача Combin3-5

- Применение формулы числа размещений
  - Размещения

Сколько различных четырехзначных чисел можно образовать из цифр 1,2,...,9, если все цифры в четырехзначном числе различны

Ответ (типа 'number'): `3024`

Источник задачи: [2], 8.22

Задача Combin3-6

- Применение формулы числа размещений

В урне имеются шары с номерами 1, 2, 3, 4, 5,6. Наудачу извлекаются три шара и раскладываюстя в порядке появления. Сколько трехзначных чисел могут образовать номера извлеченных шаров?

Ответ (типа 'number'): `120`

Источник задачи: [9], 0.26

Задача Combin3-7

- ● Применение формулы числа сочетаний
- ○ Применение правила суммы
- ○ Применение правила произведения

Из группы в 10 мужчин и 10 женщин нужно выбрать 10 человек. Каково число способов выбора, если по крайней мере 8 из них должны быть женщинами?

Ответ (типа 'number'): `2126`

Источник задачи: [9], 0.24, б

Задача Combin3-8

- ● Применение формулы числа размещений
- ○ Размещения

Расписание одного дня состоит из 5 уроков. Определить число вариантов расписания при выборе из 11 дисциплин.

Ответ (типа 'number'): `55440`

Источник задачи: Иванова М.И.

Задача Combin3-9

- ● Применение формулы числа сочетаний
- ○ Применение правила суммы
- ○ Применение правила произведения

Из группы в 10 мужчин и 10 женщин нужно выбрать 10 человек. Каково число способов выбора, при которых в группе из десяти человек мужчин окажется больше, чем женщин?

Ответ (типа 'choice'):

- ○ $\sum_{k=1}^{6} C_{10}^{k} \cdot C_{10}^{10-k}$
- ● $\sum_{k=6}^{10} C_{10}^{k} \cdot C_{10}^{10-k}$

- $\dfrac{C_{10}^5 \cdot C_{10}^5}{2}$

Источник задачи: [9], 0.24, в

Задача Combin3-10

- Применение формулы числа перестановок
- Применение правила произведения

В купе железнодорожного вагона имеется два противоположных дивана по пять мест в каждом. Из 10 пассажиров четверо желают сидеть лицом к паровозу, а трое - – спиной к паровозу, остальным трем безразлично как сидеть. Сколькими способами могут разместиться пассажиры?

Ответ (типа 'number'): `43200`

Источник задачи: [13], 37

Задача Combin3-11

- Применение формулы числа перестановок
- Перестановки

Порядок выступления 7 участников конкурса определяется жребием. Сколько различных вариантов жеребьевки при этом возможно?

Ответ (типа 'number'): `5040`

Источник задачи: Иванова М.И.

Задача Combin3-12

- Применение формулы числа перестановок
- Применение правила произведения

В библиотеке в очереди стоят 10 студентов. Сколько будет вариантов очередей, в которых студенты A, B и C стоят в порядке ABC?

Ответ (типа 'number'): `40320`

Источник задачи: [9], 0.13, б

Задача Combin3-13

- Сочетания с повторениями
- Применение формулы числа сочетаний

Пусть имеется m групп элементов, в каждой из которых достаточно много элементов, таких, что элементы внутри группы неразличимы между собой, а эелементы разных групп различимы. Из совокупности всех элементов возьмем подмножество, содержащее n элементов. Это подмножество n элементов определяется числом взятых элементов из первой группы, числом взятых элементов из второй группы, и т.д. Эти чила могут принимать значения от 0 до n, но так, чтобы сумма их равнялась n. Число различных способов образовани n-элементного подмножества находится по формуле числа различных сочетаний с повторениями:

$$C_{n+m-1}^{m-1} = \frac{(m+n-1)!}{(m-1)!n!}.$$

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [3]

Задача Combin3-14

- Сочетания с повторениями
  - Применение формулы числа сочетаний

Пусть $M = \{a_1, \dots, a_n\}$ — множество из n элементов. k-сочетаниями называются наборы $(a_{i_1}, \dots, a_{i_k})$, в которых порядок считается несущественным. То есть два k-сочетания считаются различными, если они отличаются друг от друга входящими в них элементами, но не порядком элементов. Если среди элементов $a_{i_1}, \dots, a_{i_k}$ могут попадаться одинаковые, то такие наборы называются сочетаниями с повторениями. Число сочетаний с повторениями из n элементов по k находится по формуле

$$C_{n+k-1}^{k-1} = \frac{n+k-1!}{k!(n-1)!}.$$

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [1]

Задача Combin3-15

- Применение формулы числа сочетаний с повторениями
  - Сочетания с повторениями

У Алёши есть кубики четырех цветов. Сколько пирамидок из 15 кубиков он может построить?

Ответ (типа 'number'): `816`

Источник задачи: Иванова М.И.

Задача Combin3-16

- Применение формулы числа сочетаний с повторениями
  - Сочетания с повторениями

В конкурсе по 5 номинациям участвуют 10 кинофильмов. Сколько существует вариантов распределения призов, если по каждой номинации установлены одинаковые премии?

Ответ (типа '`number`'): `2002`

Источник задачи: Иванова М.И.

Задача Combin3-17

- Применение формулы числа сочетаний с повторениями
  - Сочетания с повторениями

В кондитерской продаются пирожные пяти видов. Сколькими способами можно купить 12 пирожных?

Ответ (типа '`number`'): `2730`

Источник задачи: [7], с. 31

Задача Combin3-18

- Применение формулы числа сочетаний с повторениями
  - Сочетания с повторениями

Гавайская девушка плетет цветочные гирлянды. У нее есть голубые, белые и розовые цветки эхименеса и два вида орхидей. Сколько разных гирлянд из 17 цветков она может сплести?

Ответ (типа '`number`'): `4845`

Источник задачи: Иванова М.И.

Задача Combin3-19

- Применение формулы числа сочетаний с повторениями
  - Сочетания с повторениями

Сколько существует треугольников, длины сторон которых принимают одно из значений 4, 5, 6, 7?

Ответ (типа '`number`'): `254`

Источник задачи: [13], 20

Задача Combin3-20

- Применение формулы числа сочетаний с повторениями
  - Сочетания с повторениями

В почтовом отделении продаются открытки 10 сортов. Сколькими способами можно купить в нем 8 открыток?

Ответ (типа 'number'): 50

Источник задачи: [13], 24310

Задача Combin3-21

- Применение формулы числа сочетаний с повторениями
  - Сочетания с повторениями

Сколько можно постороить различных прямоугольных параллелепипедов, длина каждого ребра которых является целым числом от 1 до 10?

Ответ (типа 'number'): 255

Источник задачи: [13], 220

Задача Combin3-22

- Перестановки с повторениями
  - Перестановки
  - Размещения с повторениями

Перестановками с повторениями называются n-размещения с повторениями элементов множества $M = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$.
Число различных таких наборов (перестановок с повторениями) равно

$$\frac{(n_1 + n_2 + \dots + n_k)!}{n_1! n_2! \dots n_k!}.$$

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [1]

Задача Combin3-23

- Перестановки с повторениями
  - Применение формулы числа перестановок

Пусть имеются k групп элементов, причем в первой группе n_1 неразличимых элементов, во второй n_2 неразличимых элементов,..., в k-ой группе — n_k неразличимых элементов. Элементы из различных групп различимы.

Таким образом, имеем всего $n_1 + n_2 + \ldots + n_k = n$ элементов. Рассмотрим всевозможные упорядоченные наборы из этих элементов. Число различных таких наборов (перестановок с повторениями) равно

$$\frac{(n_1 + n_2 + \ldots + n_k)!}{n_1!n_2!\ldots n_k!}.$$

Ответ (типа '`void`'): не требуется

Источник задачи: [3]

Задача Combin3-24

- Применение формулы числа перестановок с повторениями
  - Перестановки с повторениями

Слово - любая конечная последовательность букв русского алфавита. Сколько различных слов можно составить из слова "МИССИСИПИ"?

Ответ (типа '`number`'): `2520`

Источник задачи: [13], с.39

Задача Combin3-25

- Применение формулы числа перестановок с повторениями
  - Перестановки с повторениями

Слово - любая конечная последовательность букв русского алфавита. Сколько различных слов можно составить из слова "МАТЕМАТИКА"?

Ответ (типа '`number`'): `151200`

Источник задачи: [11], 30330

Задача Combin3-26

- Применение формулы числа перестановок с повторениями
  - Перестановки с повторениями

Выходной алфавит абстрактного автомата содержит четыре буквы. Сколько разных выходных слов может выработать автомат при условии, что в выходном слове 2 раза встречается первая буква, 4 раза вторая, трижды - третья буква и один раз четвертая?

Ответ (типа '`number`'): `5040`

Источник задачи: [6]

Задача Combin3-27

- Применение формулы числа перестановок с повторениями
  - Перестановки с повторениями

На узком участке трассы в линию движутся гонщики. Из них 5 на российских автомобилях, 6 — на американских и 3 — на итальянских. Сколько существует разных комбинаций на трассе, если нас интересует только принадлежность автомобиля конкретной стране?

Ответ (типа 'number'): `168168`

Источник задачи: [6]

Задача Combin3-28

- Размещения с повторениями
  - Размещения

Пусть $M = \{a_1, \ldots, a_n\}$ — множество из n элементов. Два k - размещения считаются различными, если они отличаются друг от друга входящими в них элементами или порядком элементов. Если в размещениях $a_{i_1}, \ldots, a_{i_k}$ среди элементов $a_{i_1}, \ldots, a_{i_k}$, могут попадаться одинаковые элементы, то такие наборы называются размещениями с повторениями.
Количество размещений с повторениями n^k.

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [1]

Задача Combin3-29

- Размещения с повторениями
  - Размещения

Имеется k типов предметов (количество предметов каждого типа неограниченно) и n позиций (ящиков, кучек, разрядов). Комбинации, которые можно составить, если в позициях элементы могут повторяться, называются размещениями с повторениями и их число равно n^k.

Ответ (типа 'void'): не требуется

Источник задачи: [6]

Задача Combin3-30

- Применение формулы числа размещений с повторениями
  - Размещения с повторениями

Правление коммерческого банка выбирает из 10 кандидатов 3 человек на различные должности. Предположим, что один и тот же отобранный из 10 претендентов кандидат может занять не только одну, но и 2, и даже 3 различные должности. Сколько в данном случае возможно комбинаций замещения 3 вакантных должностей?

Ответ (типа 'number'): `1000`

Источник задачи: Иванова М.И.

Задача Combin3-31

- Применение формулы числа размещений с повторениями
  - Размещения с повторениями

Монета подбрасывается 4 раза. Сколько существует различных комбинаций выпадения “герба” и “решки”?

Ответ (типа 'number'): `16`

Источник задачи: Иванова М.И.

Задача Combin3-32

- Применение формулы числа размещений с повторениями
  - Размещения с повторениями

В конкурсе по 5 номинациям участвуют 10 кинофильмов. Сколько существует вариантов распределения призов, если по каждой номинации установлены различные премии?

Ответ (типа 'number'): `100000`

Источник задачи: Иванова М.И.

Задача Combin3-33

- Применение формулы числа размещений с повторениями
  - Размещения с повторениями

Время работы агрегата в сутки задается часами, минутами и секундами. Сколько разных временных интервалов может быть задано для работы агрегата?

Ответ (типа 'number'): `86400`

Источник задачи: [6]

Задача Combin3-34

- Применение формулы числа размещений с повторениями
  - Размещения с повторениями

Сколько разных чисел может содержать 10-разрядное слово в троичной системе счисления? В первый разряд можно поставить один из трех символов (0,1 или 2) и т.д.

Ответ (типа '`number`'): `59049`

Источник задачи: [6]

Список литературы

[1] *Алфутова Н. Б., Устинов А. В.* Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. — М.: МЦНМО, 2002. — 264 с.

[2] *Андерсон Дж. А.* Дискретная математика и комбинаторика. — М.: «Вильямс», 2004. — 960 с.

[3] *Бездудный Г. М., Знаменский В. А., Коваленко Н. В., Ковальчук В. Е., Луценко А. И., Рындина В. В.* Задачи по теории вероятностей. — Ростов-на-Дону, 2002.

[4] *Болотов В. А.* О введении элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей в содержание математического образования основной школы. // «Математика в школе», № 9, 2003.

[5] *Галицкий М. Л., Мошкович М. М., Шварцбурд С. И.* Углубленное изучение курса алгебры и математического анализа. Методические рекомендации и дидактические материалы: Пособие для учителя. - 2-е изд.,дораб. М.: Просвещение, 1990. 352 с.

[6] *Ерош И. Л.* Дискретная математика. Комбинаторика. — СПб.: «СПбГУАП», 2001. — 37 с.

[7] *Ерусалимский Я. М.* Дискретная математика. — М.: «Вузовская книга», 1988. — 280 с.

[8] *Левина А.* Что такое комбинаторика // «Квант», № 5, 1999.

[9] *Луценко А. И.* Задачи по теории вероятностей. Ч. 1. — Ростов-на-Дону, 2006.

[10] *Мордкович А. Г.* Алгебра-9. Часть 1. Учебник для общеобразовательных учреждений. — М.: «Мнемозина», 2005.

[11] *Интернет-проект «Задачи»* МЦНМО, http://www.problems.ru

[12] *Виленкин Н. Я.* Индукция. Комбинаторика (пособие для учителей). — Просвещение, 1976. — 47 с.

[13] *Виленкин Н. Я.* Комбинаторика. — М.: «Наука», 1969. — 328 с.

[14] *Газета «Первое сентября»* Материалы фестиваля «Открытый урок» 2004/2005 учебный год.