

Схема Горнера и её применения

Пример учебной презентации

Е. А. Максименко

Южный федеральный университет

30 ноября 2007 г.

Схема Горнера

Вывод формул

Демонстрация работы

Оформление в виде таблицы

Применения

Вычисление значений многочлена

Разложение многочлена по степеням двучлена

Поиск целых корней многочлена

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ = (x - c)(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (\underbrace{x - c}_{\text{двучлен}}) (q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$x^n:$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (\underbrace{x - c}_{\text{двучлен}}) (q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$x^n: \quad f_0 = q_0$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c)(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{array}{ll} x^n: & f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & \end{array}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c)(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{array}{ll} x^n: & f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 \end{array}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c)(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{array}{ll} x^n: & f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & \end{array}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c)(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{array}{ll} x^n: & f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & f_2 = q_2 - cq_1 \end{array}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c) (q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{aligned} x^n: & \quad f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & \quad f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & \quad f_2 = q_2 - cq_1 \\ & \quad \dots \end{aligned}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c)(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{aligned} x^n: & \quad f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & \quad f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & \quad f_2 = q_2 - cq_1 \\ & \quad \dots \\ x^1: & \end{aligned}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c)(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{aligned} x^n: & \quad f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & \quad f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & \quad f_2 = q_2 - cq_1 \\ & \quad \dots \\ x^1: & \quad f_{n-1} = q_{n-1} - cq_{n-2} \end{aligned}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c) (q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{aligned} x^n: & \quad f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & \quad f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & \quad f_2 = q_2 - cq_1 \\ & \quad \dots \\ x^1: & \quad f_{n-1} = q_{n-1} - cq_{n-2} \\ x^0: & \end{aligned}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} & f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ & = (x - c) (q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{aligned} x^n: & \quad f_0 = q_0 \\ x^{n-1}: & \quad f_1 = q_1 - cq_0 \\ x^{n-2}: & \quad f_2 = q_2 - cq_1 \\ & \quad \dots \\ x^1: & \quad f_{n-1} = q_{n-1} - cq_{n-2} \\ x^0: & \quad f_n = r - cq_{n-1} \end{aligned}$$

Вывод формул для схемы Горнера

Разделить с остатком многочлен $f(x)$ на двучлен $(x - c)$ значит найти такой многочлен $q(x)$ и такое число r , что

$$f(x) = (x - c)q(x) + r.$$

Запишем это равенство подробно:

$$\begin{aligned} f_0x^n + f_1x^{n-1} + f_2x^{n-2} + \dots + f_{n-1}x + f_n = \\ = (x - c)(q_0x^{n-1} + q_1x^{n-2} + q_2x^{n-3} + \dots + q_{n-2}x + q_{n-1}) + r. \end{aligned}$$

Приравняем коэффициенты при одинаковых степенях:

$$\begin{array}{llll} x^n: & f_0 = q_0 & \implies & q_0 = f_0 \\ x^{n-1}: & f_1 = q_1 - cq_0 & \implies & q_1 = cq_0 + f_1 \\ x^{n-2}: & f_2 = q_2 - cq_1 & \implies & q_2 = cq_1 + f_2 \\ & \dots & & \\ x^1: & f_{n-1} = q_{n-1} - cq_{n-2} & \implies & q_{n-1} = cq_{n-2} + f_{n-1} \\ x^0: & f_n = r - cq_{n-1} & \implies & r = cq_{n-1} + f_n \end{array}$$

Демонстрация работы схемы Горнера

С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.

Демонстрация работы схемы Горнера

С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.

| f_0 | f_1 | f_2 | f_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| 1 | -5 | 0 | 8 |

| |
|-----|
| 2 |
| c |

Записываем коэффициенты исходного многочлена f_0, f_1, f_2, f_3 .
Если делим на $(x - c)$, то во второй строке слева пишем c .

Демонстрация работы схемы Горнера

С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.

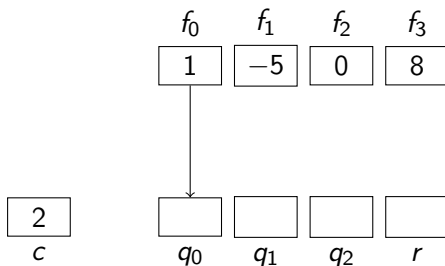
| f_0 | f_1 | f_2 | f_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| 1 | -5 | 0 | 8 |

| | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-----|
| 2 | | | | |
| c | q_0 | q_1 | q_2 | r |

Готовим пустые клетки для остатка r
и коэффициентов неполного частного q_0, q_1, q_2 .

Демонстрация работы схемы Горнера

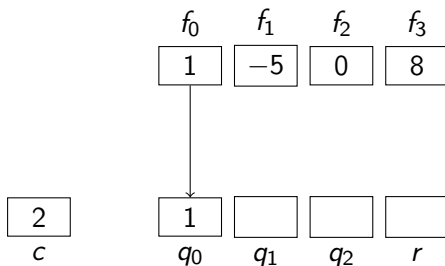
С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.



$$q_0 := f_0 =$$

Демонстрация работы схемы Горнера

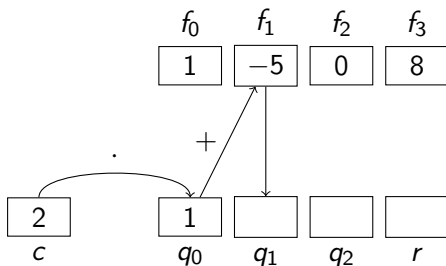
С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.



$$q_0 := f_0 = 1$$

Демонстрация работы схемы Горнера

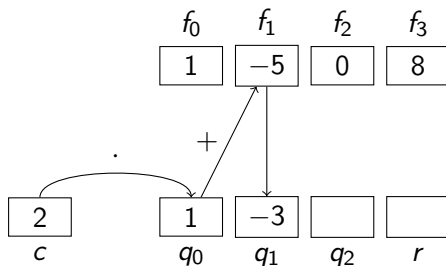
С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.



$$q_1 := c \cdot q_0 + f_1 = 2 \cdot 1 - 5 =$$

Демонстрация работы схемы Горнера

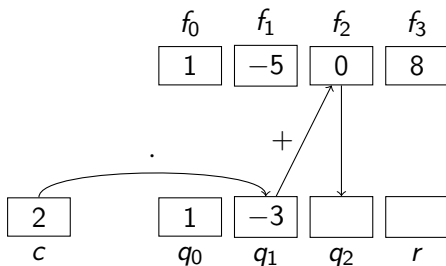
С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.



$$q_1 := c \cdot q_0 + f_1 = 2 \cdot 1 - 5 = -3$$

Демонстрация работы схемы Горнера

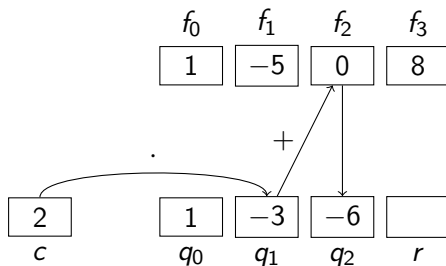
С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.



$$q_2 := c \cdot q_1 + f_2 = 2 \cdot (-3) + 0 =$$

Демонстрация работы схемы Горнера

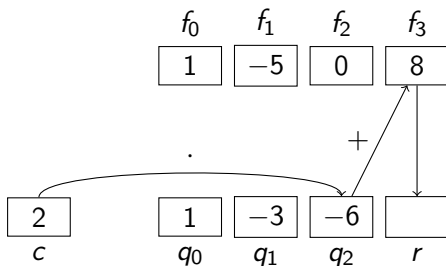
С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.



$$q_2 := c \cdot q_1 + f_2 = 2 \cdot (-3) + 0 = -6$$

Демонстрация работы схемы Горнера

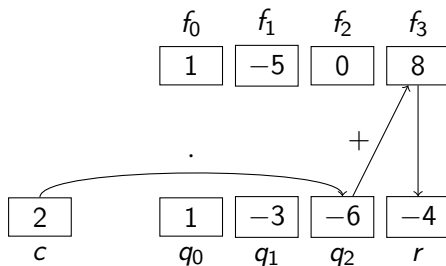
С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.



$$r := c \cdot q_2 + f_3 = 2 \cdot (-6) + 8 =$$

Демонстрация работы схемы Горнера

С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.



$$r := c \cdot q_2 + f_3 = 2 \cdot (-6) + 8 = -4$$

Демонстрация работы схемы Горнера

С помощью схемы Горнера разделим с остатком многочлен $f(x) = x^3 - 5x^2 + 8$ на двучлен $x - 2$.

| f_0 | f_1 | f_2 | f_3 |
|-------|-------|-------|-------|
| 1 | -5 | 0 | 8 |

| | | | | |
|-----|-------|-------|-------|-----|
| 2 | 1 | -3 | -6 | -4 |
| c | q_0 | q_1 | q_2 | r |

Ответ: $q(x) = x^2 - 3x - 6$, $r = -4$;
 $f(x) = (x - 2)(x^2 - 3x - 6) - 4$.

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|----|---|---|----|---|---|
| | 2 | 0 | -7 | 6 | 3 |
| -1 | | | | | |

Рисуем таблицу из двух строк, переписываем в неё коэффициенты f и число c (делим на $x - c$).

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|-----|---|---|-----|---|---|
| | 2 | 0 | - 7 | 6 | 3 |
| - 1 | | | | | |

Сносим старший коэффициент:

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|-----|---|---|-----|---|---|
| | 2 | 0 | - 7 | 6 | 3 |
| - 1 | 2 | | | | |

Сносим старший коэффициент: 2.

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|-----|---|---|-----|---|---|
| | 2 | 0 | - 7 | 6 | 3 |
| - 1 | 2 | | | | |

Считаем в уме: $(-1) \cdot 2 + 0 =$

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|----|---|----|----|---|---|
| | 2 | 0 | -7 | 6 | 3 |
| -1 | 2 | -2 | | | |

Считаем в уме: $(-1) \cdot 2 + 0 = -2$.

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|----|---|----|----|---|---|
| | 2 | 0 | -7 | 6 | 3 |
| -1 | 2 | -2 | | | |

Считаем в уме: $(-1) \cdot (-2) + (-7) =$

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|-----|---|-----|-----|---|---|
| | 2 | 0 | - 7 | 6 | 3 |
| - 1 | 2 | - 2 | - 5 | | |

Считаем в уме: $(-1) \cdot (-2) + (-7) = -5$.

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|-----|---|-----|-----|---|---|
| | 2 | 0 | - 7 | 6 | 3 |
| - 1 | 2 | - 2 | - 5 | | |

Считаем в уме: $(-1) \cdot (-5) + 6 =$

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|-----|---|-----|-----|----|---|
| | 2 | 0 | - 7 | 6 | 3 |
| - 1 | 2 | - 2 | - 5 | 11 | |

Считаем в уме: $(-1) \cdot (-5) + 6 = 11$.

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|-----|---|-----|-----|----|---|
| | 2 | 0 | - 7 | 6 | 3 |
| - 1 | 2 | - 2 | - 5 | 11 | |

Считаем в уме: $(-1) \cdot 11 + 3 =$

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|-----|---|-----|-----|----|-----|
| | 2 | 0 | - 7 | 6 | 3 |
| - 1 | 2 | - 2 | - 5 | 11 | - 8 |

Считаем в уме: $(-1) \cdot 11 + 3 = -8$.

Оформление схемы Горнера в виде таблицы

Покажем, как оформить в виде таблицы деление с остатком многочлена $f(x) = 2x^4 - 7x^2 + 6x + 3$ на двучлен $x + 1$:

| | | | | | |
|----|---|----|----|----|----|
| | 2 | 0 | -7 | 6 | 3 |
| -1 | 2 | -2 | -5 | 11 | -8 |

Ответ: $q(x) = 2x^3 - 2x^2 - 5x + 11$, $r = -8$.

Вычисление значений многочлена

Пусть многочлен $f(x)$ поделили с остатком на $(x - c)$:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Вычисление значений многочлена

Пусть многочлен $f(x)$ поделили с остатком на $(x - c)$:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Подставим в обе части равенства число c вместо x :

$$f(c) = \text{(попробуйте сообразить!)}$$

Вычисление значений многочлена

Пусть многочлен $f(x)$ поделили с остатком на $(x - c)$:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Подставим в обе части равенства число c вместо x :

$$f(c) = r.$$

Вычисление значений многочлена

Пусть многочлен $f(x)$ поделили с остатком на $(x - c)$:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Подставим в обе части равенства число c вместо x :

$$f(c) = r.$$

Теорема Безу. Значение многочлена $f(x)$ в точке c равно остатку от деления $f(x)$ на $(x - c)$.

Вычисление значений многочлена

Пусть многочлен $f(x)$ поделили с остатком на $(x - c)$:

$$f(x) = q(x) \cdot (x - c) + r.$$

Подставим в обе части равенства число c вместо x :

$$f(c) = r.$$

Теорема Безу. Значение многочлена $f(x)$ в точке c равно остатку от деления $f(x)$ на $(x - c)$.

Найдём значение $f(x) = x^3 - 3x^2 + 7x - 5$ в точке 3:

| | 1 | -3 | 7 | -5 |
|---|---|----|---|----|
| 3 | 1 | 0 | 7 | 16 |

Ответ: $f(3) = 16$.

Разложение многочлена по степеням двучлена

Используя схему Горнера, разложим многочлен $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ по степеням двучлена $(x + 2)$.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -2 & 4 \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 2x + 4$$

Разложение многочлена по степеням двучлена

Используя схему Горнера, разложим многочлен $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ по степеням двучлена $(x + 2)$.

$$\begin{array}{r|rrrr} & 1 & 3 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 1 & -4 & \boxed{12} \end{array}$$

$$x^3 + 3x^2 - 2x + 4 = (x^2 + x - 4)(x + 2) + 12$$

Разложение многочлена по степеням двучлена

Используя схему Горнера, разложим многочлен $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ по степеням двучлена $(x + 2)$.

| | | | | |
|----|---|----|----|----|
| | 1 | 3 | -2 | 4 |
| -2 | 1 | 1 | -4 | 12 |
| -2 | 1 | -1 | -2 | |

$$\begin{aligned}x^3 + 3x^2 - 2x + 4 &= (x^2 + x - 4)(x + 2) + 12 \\ &= ((x - 1)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12\end{aligned}$$

Разложение многочлена по степеням двучлена

Используя схему Горнера, разложим многочлен $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ по степеням двучлена $(x + 2)$.

| | | | | |
|----|---|----|----|----|
| | 1 | 3 | -2 | 4 |
| -2 | 1 | 1 | -4 | 12 |
| -2 | 1 | -1 | -2 | |
| -2 | 1 | -3 | | |

$$\begin{aligned}x^3 + 3x^2 - 2x + 4 &= (x^2 + x - 4)(x + 2) + 12 \\&= ((x - 1)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12 \\&= (((1 \cdot (x + 2) - 3)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12\end{aligned}$$

Разложение многочлена по степеням двучлена

Используя схему Горнера, разложим многочлен $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2x + 4$ по степеням двучлена $(x + 2)$.

| | | | | |
|----|---|----|----|----|
| | 1 | 3 | -2 | 4 |
| -2 | 1 | 1 | -4 | 12 |
| -2 | 1 | -1 | -2 | |
| -2 | 1 | -3 | | |
| -2 | 1 | | | |

$$\begin{aligned}x^3 + 3x^2 - 2x + 4 &= (x^2 + x - 4)(x + 2) + 12 \\&= ((x - 1)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12 \\&= (((1 \cdot (x + 2) - 3)(x + 2) - 2)(x + 2) + 12 \\&= (x + 2)^3 - 3(x + 2)^2 - 2(x + 2) + 12.\end{aligned}$$

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$\begin{array}{r|rrrrr} & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \end{array}$$

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

$$\begin{array}{c|ccccc} & 1 & -2 & 2 & -1 & -6 \\ 1 & 1 & -1 & 1 & 0 & -6 \end{array}$$

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | | |
|---|--|---|----|---|----|----|
| | | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| 1 | | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | |
|----|---|----|---|----|----|
| | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |
| -1 | 1 | -3 | 5 | -6 | 0 |

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | | |
|---|----|---|----|---|----|---|
| | | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |
| ✓ | -1 | 1 | -3 | 5 | -6 | 0 |

$$f(x) = (x + 1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$$

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | | |
|---|----|---|----|---|-----|----|
| | | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |
| ✓ | -1 | 1 | -3 | 5 | -6 | 0 |
| | -1 | 1 | -4 | 9 | -15 | |

$$f(x) = (x + 1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$$

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | | |
|---|----|---|----|---|-----|---|
| | | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |
| ✓ | -1 | 1 | -3 | 5 | -6 | 0 |
| | -1 | 1 | -4 | 9 | -15 | |

$$f(x) = (x + 1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$$

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | | |
|---|----|---|----|---|-----|----|
| | | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |
| ✓ | -1 | 1 | -3 | 5 | -6 | 0 |
| | -1 | 1 | -4 | 9 | -15 | |
| | 2 | 1 | -1 | 3 | 0 | |

$$f(x) = (x + 1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6)$$

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | | |
|---|----|---|----|---|-----|----|
| | | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |
| ✓ | -1 | 1 | -3 | 5 | -6 | 0 |
| | -1 | 1 | -4 | 9 | -15 | |
| ✓ | 2 | 1 | -1 | 3 | 0 | |

$$f(x) = (x + 1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) = (x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3).$$

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | | |
|---|----|---|----|---|---|---|
| | | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |
| ✓ | -1 | 1 | -3 | 5 | -6 | 0 |
| | -1 | 1 | -4 | 9 | -15 | |
| ✓ | 2 | 1 | -1 | 3 | 0 | |

$$f(x) = (x + 1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) = (x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3).$$

Многочлен $x^2 - x + 3$ не имеет целых корней ($D < 0$).

Поиск целых корней многочлена

Используя схему Горнера, найдём целые корни многочлена

$$f(x) = x^4 - 2x^3 + 2x^2 - x - 6.$$

Целые корни многочлена с целыми коэффициентами нужно искать среди делителей свободного члена: $\pm 1, \pm 2, \pm 3, \pm 6$.

| | | | | | | |
|---|----|---|----|---|---|---|
| | | 1 | -2 | 2 | -1 | -6 |
| | 1 | 1 | -1 | 1 | 0 | -6 |
| ✓ | -1 | 1 | -3 | 5 | -6 | 0 |
| | -1 | 1 | -4 | 9 | -15 | |
| ✓ | 2 | 1 | -1 | 3 | 0 | |

$$f(x) = (x + 1)(x^3 - 3x^2 + 5x - 6) = (x + 1)(x - 2)(x^2 - x + 3).$$

Многочлен $x^2 - x + 3$ не имеет целых корней ($D < 0$).

Ответ: $-1, 2$.