

# 1-е занятие. Множества, функции и графики

## Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Для следующих множества  $A$  и  $B$  найти множества  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$  и изобразить на плоскости множество  $A \times B$ :

$$\boxed{A1} \quad A = [1, 4], B = [2, 3]. \quad \boxed{A2} \quad A = [-2, 1] \cup [2, 4], B = [0, 2] \cup [3, 4].$$

$\boxed{A3}$  Найти  $D(f)$  и  $E(f)$  (естественную область определения и множество значений) для функции  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

$$\boxed{169} \quad \text{Найти } D(f) \text{ и } E(f) \text{ для функции } f(x) = \arcsin\left(\lg \frac{x}{10}\right).$$

Найти  $f(X)$  (множество значений функции  $f$  на множестве  $X$ ):

$$\boxed{178} \quad f(x) = x^2, \quad X = [-1; 2].$$

$$\boxed{181} \quad f(x) = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}, \quad X = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < |x| \leq 1\}.$$

$\boxed{A4}$  Изобразить график функции  $[x]$ , которая определена следующим правилом:

$$[x] = n \quad \text{при} \quad x \in [n, n + 1), \quad n \in \mathbb{Z}.$$

$\boxed{A5}$  Изобразить график функции  $\operatorname{sgn}(x)$  («знак числа  $x$ »), которая определена правилом:  $\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases}$

Найти композиции  $\varphi \circ \varphi$ ,  $\varphi \circ \psi$ ,  $\psi \circ \varphi$  и  $\psi \circ \psi$  для заданных функций  $\varphi$  и  $\psi$ :

$$\boxed{A6} \quad \varphi(x) = \sin x, \quad \psi(x) = \sqrt{x}. \quad \boxed{A7} \quad \varphi(x) = \operatorname{sgn} x, \quad \psi(x) = [x].$$

$$\boxed{212} \quad \text{Найти } f(x), \text{ если } f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}.$$

$\boxed{243aб}$  Построить график квадратного трёхчлена  $y = ax^2 + bx + c$ , приведя его к виду  $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ :

$$б) \quad y = x^2 - 3x + 2; \quad а) \quad y = 8x - 2x^2.$$

Построить графики следующих функций с помощью поточечных операций над известными графиками:

$$\boxed{334} \quad y = x + \operatorname{arctg} x. \quad \boxed{333} \quad y = x + \sin x.$$

$$\boxed{294} \quad y = \sin^3 x. \quad \boxed{341} \quad y = x \sin x.$$

## Домашнее задание № 1

### Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Взять в библиотеке задачки:

Демидович Б. П. «Сборник задач и упражнений по матем. анализу».

Кудрявцев Л. Д. и др. «Сборник задач по матем. анализу». Том 1.

Найти  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $B \setminus A$  и изобразить на плоскости  $A \times B$  для следующих множеств:

$$\boxed{A1} \quad A = (-3, 3), \quad B = [0, 2]. \quad \boxed{A2} \quad A = (1, 3) \cup (4, 6), \quad B = [2, 6].$$

$$\boxed{166} \quad \text{Найти } D(f) \text{ и } E(f) \text{ для функции } f(x) = \sqrt{2 + x - x^2}.$$

$$\boxed{167} \quad \text{Найти } D(f) \text{ и } E(f) \text{ для функции } f(x) = \lg(1 - 2 \cos x).$$

Найти множество  $f(X)$ :

$$\boxed{180} \quad y = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x, \quad X = \mathbb{R}. \quad \boxed{183} \quad y = a + (b - a)x, \quad X = (0; 1).$$

Найти композиции  $\varphi \circ \varphi$ ,  $\varphi \circ \psi$ ,  $\psi \circ \varphi$  и  $\psi \circ \psi$  для заданных функций  $\varphi$  и  $\psi$ :

$$\boxed{206} \quad \varphi(x) = x^2, \quad \psi(x) = 2^x. \quad \boxed{207} \quad \varphi(x) = \operatorname{sgn} x, \quad \psi(x) = \frac{1}{x}.$$

$$\boxed{213} \quad \text{Найти } f(x), \text{ если } f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1 + x^2} \quad (x > 0).$$

$$\boxed{213.1} \quad \text{Найти } f(x), \text{ если } f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2.$$

$\boxed{243\text{вг}}$  Построить график квадратного трёхчлена  $y = ax^2 + bx + c$ , приведя его к виду  $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ :

$$\text{в) } y = -x^2 + 2x - 1. \quad \text{г) } y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1.$$

Построить графики следующих функций с помощью поточечных операций над известными графиками:

$$\boxed{254} \quad y = x^2 + \frac{1}{x} \text{ (трёзубец Ньютона)}. \quad \boxed{253} \quad y = x + \frac{1}{x}.$$

$$\boxed{293} \quad y = \sin^2 x.$$

$$\boxed{296} \quad y = \sin 3x \cdot \sin x.$$

$\boxed{A3}$  Вспомнить или придумать доказательства следующих неравенств:

$$|a| \geq 0, \quad -|a| \leq a \leq |a|, \quad |a| \leq b \iff \begin{cases} b \geq 0, \\ -b \leq a \leq b; \end{cases}$$

$$|a + b| \leq |a| + |b|, \quad |a - b| \leq |a| + |b|, \quad ||a| - |b|| \leq |a - b|.$$