

## 2-е занятие. Функции, образы и прообразы Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Построить графики функций:

$$\boxed{341} \quad y = x \sin x. \quad \boxed{340a} \quad \operatorname{ch} x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

$$\boxed{210} \quad \text{Пусть } f(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}. \text{ Найти } f_2 = f \circ f \text{ и } f_3 = f \circ f \circ f.$$

$\boxed{A1}$  Для функции  $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ ,  $f(x) = \sin x$  найти перечисленные образы и прообразы множеств:

$$\text{a) } f\left(\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right); \quad \text{b) } f\left(\left[0, \frac{\pi}{6}\right]\right); \quad \text{c) } f^{-1}(1/2); \quad \text{d) } f^{-1}\left(\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]\right).$$

Определение инъективности, сюръективности, биективности.

$\boxed{A2}$  Для каждой из следующих функций  $f: [0, 1] \rightarrow [0, 3]$  выяснить, является ли она сюръективной; инъективной; биективной:

$$\text{a) } f(x) = 3 \sin \frac{\pi x}{2},$$

$$\text{b) } f(x) = \operatorname{tg} \frac{x}{4},$$

$$\text{c) } f(x) = 3^x,$$

$$\text{d) } f(x) = 12 \left(x - \frac{1}{2}\right)^2.$$

$\boxed{A3}$  Для каждой из следующих функций выяснить, является ли она сюръективной; инъективной; биективной:

$$\text{a) } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin x.$$

$$\text{b) } f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], \quad f(x) = \sin x.$$

$$\text{c) } f: \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \sin x.$$

$$\text{d) } f: \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow [-1, 1], \quad f(x) = \sin x.$$

$\boxed{A4}$  Найти функцию, обратную к  $\operatorname{ch} x$  при  $x > 0$ .

## Домашнее задание № 2

### Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Построить графики функций:

$$\boxed{342} \quad y = x \cos x. \quad \boxed{340бв} \quad \operatorname{sh} x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}, \quad \operatorname{th} x = \frac{\operatorname{sh} x}{\operatorname{ch} x}.$$

$$\boxed{209} \quad \text{Найти } f \circ f \text{ и } f \circ f \circ f, \text{ если } f(x) = \frac{1}{1-x}.$$

$\boxed{A1}$  Для функции  $f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1]$ ,  $f(x) = \cos x$  найти перечисленные образы и прообразы множеств:

$$\text{a) } f\left(\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)\right); \quad \text{b) } f\left(\left[0, \frac{\pi}{6}\right]\right); \quad \text{c) } f^{-1}(1/2); \quad \text{f) } f^{-1}\left(\left(0, \frac{\sqrt{3}}{2}\right]\right).$$

$\boxed{A2}$  Для каждой из следующих функций  $f: [-1, 1] \rightarrow [0, 1]$ , выяснить, является ли функция инъективной; сюръективной; биективной:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } f(x) = \cos \frac{\pi x}{2}, & \text{b) } f(x) = -x^2 + 1, & \text{c) } f(x) = |x|, \\ \text{d) } f(x) = \frac{x+1}{2}, & \text{e) } f(x) = \frac{x+1}{3}, & \text{f) } f(x) = 2^{x-1}. \end{array}$$

$\boxed{A3}$  Для каждой из следующих функций  $f$  проверить свойства сюръективности, инъективности и биективности. Функции  $f$  действуют по одному правилу  $f(x) = \cos x$ , но различаются областями определения и действия:

$$\text{a) } f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, \quad \text{b) } f: \mathbb{R} \rightarrow [-1, 1], \quad \text{c) } f: [0, \pi] \rightarrow [-1, 1].$$

Найти обратную функцию и её область определения:

$$\boxed{228} \quad y = \operatorname{sh} x.$$