

11-е занятие. Определение предела.

Пределы иррациональных выражений

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Определение предела:

бесконечные пределы, пределы слева и справа

A1 Сформулировать определения и привести примеры:

$$\lim_{x \rightarrow -7} f(x) = -\infty; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 5.$$

A2 Сформулировать определения:

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = A \quad (A \in \mathbb{R}), \quad \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = -\infty.$$

A3 Найти пределы: $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+3}{x-2}$, $\lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x+3}{x-2}$, $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x+3}{x-2}$.

Пределы иррациональных выражений

$$443 \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9+2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}.$$

$$439 \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x-a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

$$455 \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[m]{x} - 1}{\sqrt[n]{x} - 1}.$$

$$449 \quad \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x+2} - \sqrt[3]{x+20}}{\sqrt[4]{x+9} - 2}.$$

$$A4 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}.$$

$$457 \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{(x+a)(x+b)} - x \right).$$

Пределы тригонометрических выражений (начало)

«Первый замечательный предел»: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$

Теорема о пределе суперпозиции функций.

$$A5 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{15x}.$$

$$471 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}.$$

$$474 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

$$A6 \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}.$$

$$472 \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}.$$

Домашнее задание № 11

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

[A1] Сформулировать определения: $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = B$, $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = B$, где $B = \infty$, $B = +\infty$, $B = -\infty$ (6 случаев). Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow -1-0} \frac{x^2 - 3}{x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{x^2 - 3}{x + 1}.$$

$$[437] \quad \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}, \quad [438] \quad \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$[452] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1 + \alpha x} - \sqrt[n]{1 + \beta x}}{x}.$$

$$[453] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1 + \alpha x} \sqrt[n]{1 + \beta x} - 1}{x} \quad (m, n \in \mathbb{Z}).$$

$$[450] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + \frac{x}{3}} - \sqrt[4]{1 + \frac{x}{4}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{x}{2}}}.$$

$$[455.1] \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - \sqrt{x}} - \frac{3}{1 - \sqrt[3]{x}} \right).$$

$$[458] \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right).$$

$$[473] \quad \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}, \quad [474.1] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}.$$

$$[474.2] \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x, \quad [475] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}.$$

$$[476] \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}, \quad [479] \quad \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} 2x \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right).$$

Дополнительное задание

[468] Исследовать поведение корней x_1 и x_2 квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

у которого $a \rightarrow 0$, а коэффициенты b и c постоянны, причём $b \neq 0$.