14-е занятие. Применения замечательных пределов
Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

$\boxed{\text{A1}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \sqrt[x]{\cos 2x}$. $\boxed{520}$ $\lim\limits_{x\to a} \left(\dfrac{\sin x}{\sin a}\right)^{\frac{1}{x-a}}$.

$\boxed{\text{549 (из Д. З.)}}$ $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{a^x - a^{x_0}}{x - x_0}$.

$\boxed{\text{A2}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{3^x - 1}{\ln(1+4x)}$. $\boxed{\text{A3}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[6]{\cos 4x} - 1}{\operatorname{tg}^2 x}$.

$\boxed{\text{A4}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[3]{1+x} - 1}{5^x - 1}$. $\boxed{\text{A5}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{4x} - 1}{(1+3x)^7 - 1}$.

Самостоятельная работа (15 минут)

Продолжение классной работы:

$\boxed{522}$ $\lim\limits_{x\to \pi/4} (\operatorname{tg} x)^{\operatorname{tg} 2x}$. $\boxed{525}$ $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\sin\dfrac{1}{x} + \cos\dfrac{1}{x}\right)^x$.

$\boxed{\text{531 (из Д. З.)}}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\ln x - \ln a}{x - a}$ $(a > 0)$.

$\boxed{452}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sqrt[m]{1+\alpha x} - \sqrt[n]{1+\beta x}}{x}$.

$\boxed{488}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(a+2x) - 2\sin(a+x) + \sin a}{x^2}$.

$\boxed{550}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{a^{x+h} + a^{x-h} - 2a^x}{h^2}$ $(a > 0)$.

$\boxed{561}$ а) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+2^x)}$; б) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln(1+3^x)}{\ln(1+2^x)}$.

$\boxed{\text{A6}}$ Доказать следующие предельные соотношения:

$$\lim_{x\to -\infty} \operatorname{th} x = -1. \qquad \operatorname{sh} x \sim \frac{1}{2}e^x \quad \text{при} \quad x \to +\infty.$$

Домашнее задание № 14
Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

$\boxed{\text{A1}}$ Повторить вывод следствий из II замечательного предела.

$\boxed{455}$ $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{\sqrt[m]{x}-1}{\sqrt[n]{x}-1}$.

$\boxed{489}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(a+2x)-2\cos(a+x)+\cos a}{x^2}$.

$\boxed{490}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}(a+2x)-2\operatorname{tg}(a+x)+\operatorname{tg} a}{x^2}$.

$\boxed{492}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(a+x)\sin(a+2x)-\sin^2 a}{x}$.

$\boxed{528}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \cos^n \dfrac{x}{\sqrt{n}}$.

$\boxed{532}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} (\sin(\ln(x+1))-\sin(\ln x))$.

$\boxed{535}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln(2+e^{3x})}{\ln(3+e^{2x})}$. $\boxed{539}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\cos ax}{\ln\cos bx}$.

$\boxed{543}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^x-a^a}{x-a}$ $(a>0)$. (Эта задачка чуть сложнее других).

$\boxed{545.1}$ $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1+\sin x\cos\alpha x}{1+\sin x\cos\beta x}\right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$.

$\boxed{547}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\alpha x}-e^{\beta x}}{\sin\alpha x-\sin\beta x}$.

$\boxed{544}$ $\lim\limits_{x\to 0} (x+e^x)^{1/x}$.

$\boxed{562}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(1+2^x)\ln\left(1+\dfrac{3}{x}\right)$. (Действовать аккуратно.)

$\boxed{\text{A2}}$ Доказать следующие предельные соотношения:

$$\lim_{x\to+\infty} \operatorname{th} x = 1. \qquad \operatorname{ch} x \sim \frac{1}{2}e^x \quad \text{при} \quad x\to+\infty.$$

$\boxed{\text{A3}}$ Пользуясь определениями ch и sh, доказать формулы:

$$\operatorname{ch}(x+y) = \operatorname{ch} x\operatorname{ch} y + \operatorname{sh} x\operatorname{sh} y. \qquad \operatorname{sh}(x+y) = \operatorname{sh} x\operatorname{ch} y + \operatorname{ch} x\operatorname{sh} y.$$

$$\operatorname{ch}(2x) = \operatorname{ch}^2 x + \operatorname{sh}^2 x. \qquad \operatorname{sh}(2x) = 2\operatorname{sh} x\operatorname{ch} x.$$