16-е занятие. Вычисление пределов
Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

$\boxed{576\ \text{а)}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sh} x}{x}$.

$\boxed{\text{A1}}$ Доказать, что $\operatorname{sh} x - \operatorname{sh} y = 2 \operatorname{sh} \dfrac{x-y}{2} \operatorname{ch} \dfrac{x+y}{2}$.

$\boxed{577.1.\ \text{а)}}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\operatorname{sh} x - \operatorname{sh} a}{x-a}$.

$\boxed{\text{A2}}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} (x - \ln \operatorname{sh} x)$.

$\boxed{\text{A3}}$ $\lim\limits_{x\to 0} (2^x + \sin 2x)^{1/(3x+x^2)}$.

$\boxed{\text{A4}}$ Пусть $f(x) = x^2 - 7x + 2$. «Ограничить $f(x)$ при $x \to 0$», т. е. найти такие $C > 0$ и $\delta > 0$, что для любого x из условия $|x| < \delta$ следует, что $|f(x)| \leqslant C$.

$\boxed{\text{A5}}$ Пусть $f(x) = 3x + 2$. «Отграничить $f(x)$ от 0 при $x \to 0$», т. е. найти такие $C > 0$ и $\delta > 0$, что для любого x из условия $|x| < \delta$ следует, что $|f(x)| \geqslant C$.

$\boxed{\text{A6}}$ Доказать, пользуясь определением:

$$\lim_{x\to 0} \frac{3x-2}{x^2-5x-1} = 2.$$

Замечание о непрерывности функции arcsin.

$\boxed{\text{A7}}$ Доказать, что $\arcsin x \sim x$ при $x \to 0$.

$\boxed{\text{A8}}$ Вспомнить график arctg.

$\boxed{\text{A9}}$ Доказать, что $\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \sim \dfrac{1}{x}$ при $x \to +\infty$.

$\boxed{584}$ $\lim\limits_{x\to-\infty} \operatorname{arctg} \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

$\boxed{585}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg}(x+h) - \operatorname{arctg} x}{h}$.

$\boxed{567}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$.

$\boxed{\text{A10}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x + x^2)}{\operatorname{tg}^2 x + x^4}$.

$\boxed{589}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} x\left(\dfrac{\pi}{2} - \arcsin \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

Домашнее задание № 16
Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

$\boxed{\text{A1}}$ Доказать, что $\operatorname{arctg} x \sim x$ при $x \to 0$.

$\boxed{\text{A2}}$ Ограничить $f(x)$ при $x \to 0$, т. е. найти такие $C > 0$ и $\delta > 0$, что для любого x из условия $|x| < \delta$ следует, что $|f(x)| \leqslant C$:

$$\text{a) } f(x) = 2 - 5x + 2x^3; \qquad \text{b) } f(x) = 3x^2 - 4x + 3.$$

$\boxed{\text{A3}}$ Отграничить $f(x)$ от 0 при $x \to 0$, т. е. найти такие $C > 0$ и $\delta > 0$, что для любого x из условия $|x| < \delta$ следует, что $|f(x)| \geqslant C$:

$$\text{a) } f(x) = 1 - 3x + x^2; \qquad \text{b) } f(x) = x^2 + 3x - 2.$$

$\boxed{\text{A4}}$ Доказать, пользуясь определением предела:

$$\text{a) } \lim_{x\to 0} \frac{x^2+3x-2}{x^2-5x+1} = -2; \qquad \text{b) } \lim_{x\to 0} \frac{x-3}{x^2-x+2} = -\frac{3}{2}.$$

Вычислить пределы:

$\boxed{582}$ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \arccos\left(\sqrt{x^2+x}-x\right).$

$\boxed{567}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}.$

$\boxed{\text{A5}}$ Выразить $\operatorname{ch} x - 1$ через $\operatorname{sh} \frac{x}{2}$. $\boxed{577.2}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln \operatorname{ch} x}{\ln \cos x}.$

$\boxed{559}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{a^{x^2}-b^{x^2}}{(a^x-b^x)^2}.$ $\boxed{560}$ $\displaystyle\lim_{x\to a} \frac{a^{a^x}-a^{x^a}}{a^x-x^a}.$

$\boxed{572}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\cos(xe^x)-\cos(xe^{-x})}{x^3}.$ $\boxed{578}$ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} (x - \ln \operatorname{ch} x).$

$\boxed{574}$ $\displaystyle\lim_{x\to 1} (2-x)^{\sec(\pi x/2)}.$ Пояснение: $\sec t = \frac{1}{\cos t}$.

$\boxed{576 \text{ в)}}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{th} x}{x}.$ $\boxed{576.1}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\operatorname{sh}^2 x}{\ln(\operatorname{ch} 3x)}.$ $\boxed{579}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{\operatorname{th} x}.$

$\boxed{582}$ $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \arccos\left(\sqrt{x^2+x}-x\right).$ $\boxed{583}$ $\displaystyle\lim_{x\to 2} \operatorname{arctg} \frac{x-4}{(x-2)^2}.$

$\boxed{586}$ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{\ln\frac{1+x}{1-x}}{\operatorname{arctg}(1+x)-\operatorname{arctg}(1-x)}.$ $\boxed{588}$ $\displaystyle\lim_{x\to\infty} x\left(\frac{\pi}{4} - \operatorname{arctg}\frac{x}{x+1}\right).$

$\boxed{595}$ $f(x) = \operatorname{arctg}\dfrac{1}{1-x}$. Найти $\displaystyle\lim_{x\to 1-0} f(x)$ и $\displaystyle\lim_{x\to 1+0} f(x)$.