

19-е занятие. Вычисление производных.

Логарифмическая производная

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Найти производные следующих функций:

$$\boxed{A1} \quad y = \operatorname{th} x \quad (\text{использовать тождество } \operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1).$$

$$\boxed{A2} \quad y = (x^2 - 3x + 1) \sin 2x + (4x - 1) \cos 2x.$$

$$\boxed{A3} \quad y = \sqrt{a^2 - x^2}. \quad \boxed{A4} \quad y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}.$$

$$\boxed{A5} \quad y = \ln |x|. \quad \boxed{A6} \quad y = \frac{1+x}{1-x}. \quad \boxed{A7} \quad y = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right|.$$

$$\boxed{A8} \quad y = \arcsin \frac{x}{5}. \quad \boxed{A9} \quad y = \frac{1}{7} \operatorname{arctg} \frac{x}{7}.$$

$$\boxed{926} \quad y = \operatorname{arctg} \left(\frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \right).$$

$$\boxed{933} \quad y = \ln \frac{x+a}{\sqrt{x^2+b^2}} + \frac{a}{b} \operatorname{arctg} \frac{x}{b} \quad (b \neq 0).$$

$$\boxed{939} \quad y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2-1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2-1}}.$$

$$\boxed{958} \quad y = \arcsin(\sin x^2) + \arccos(\cos x^2).$$

$$\boxed{951} \quad y = \ln(e^x + \sqrt{1+e^{2x}}) \quad (\text{представить как композицию}).$$

$$\boxed{972} \quad y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1+\cos^4 x}).$$

Логарифмическая производная:
$$\boxed{(\ln y(x))' = \frac{y'(x)}{y(x)}}$$

$$\boxed{884} \quad y = \left(\frac{a}{b}\right)^x \left(\frac{b}{x}\right)^a \left(\frac{x}{a}\right)^b \quad (a > 0, b > 0).$$

$$\boxed{963} \quad y = \sqrt[x]{x} \quad (x > 0). \quad \boxed{984a} \quad y = x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}.$$

$$\boxed{A10} \quad y = (\ln x)^{\cos x}. \quad \boxed{A11} \quad y = (x^2 + 3)^{\sin x}.$$

$$\boxed{961} \quad y = x + x^x + x^{x^x}.$$

Домашнее задание № 19

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

$$\boxed{840} \quad y = (x \sin \alpha + \cos \alpha)(x \cos \alpha - \sin \alpha).$$

$$\boxed{858} \quad y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}.$$

$$\boxed{896} \quad y = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}.$$

$$\boxed{A1} \quad y = \arcsin \frac{x}{a} \quad (a > 0). \quad \boxed{A2} \quad y = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} \quad (a > 0).$$

$$\boxed{A3} \quad y = \sqrt{a^2 - x^2}. \quad \boxed{934} \quad y = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} \quad (a > 0).$$

$$\boxed{950} \quad y = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) - \frac{1}{2} (\operatorname{arctg} x)^2.$$

$$\boxed{954} \quad y = \frac{1}{4\sqrt{3}} \ln \frac{\sqrt{x^2+2} - x\sqrt{3}}{\sqrt{x^2+2} + x\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x^2+2}}{x}.$$

$$\boxed{960} \quad y = \operatorname{arctg} e^x - \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}}. \quad \boxed{966} \quad y = \log_x e.$$

$$\boxed{973} \quad y = (\arccos x)^2 \cdot \left(\ln^2(\arccos x) - \ln(\arccos x) + \frac{1}{2} \right).$$

$$\boxed{974} \quad y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\sqrt[4]{1+x^4}) + \frac{1}{4} \ln \frac{\sqrt[4]{1+x^4} + 1}{\sqrt[4]{1+x^4} - 1}.$$

Логарифмическая производная

$$\boxed{964} \quad y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x}. \quad \boxed{965} \quad y = \frac{(\ln x)^x}{x^{\ln x}}.$$

$$\boxed{965.1} \quad y = \left(\frac{\arcsin(\sin^2 x)}{\arccos(\cos^2 x)} \right)^{\operatorname{arctg}^2 x}$$

$$\boxed{984 \text{ б}} \quad y = \frac{x^2}{1-x} \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}. \quad \boxed{984 \text{ г}} \quad y = \left(x + \sqrt{1+x^2} \right)^n.$$

$$\boxed{984 \text{ в}} \quad y = (x - a_1)^{\alpha_1} (x - a_2)^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot (x - a_n)^{\alpha_n}.$$