

**20-е занятие. Левые и правые производные.
Геометрический смысл производной
Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр**

Найти производные следующих функций:

$\boxed{A1}$ $y = \ln |f(x)|$. $\boxed{9866}$ $y = f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x)$.

$\boxed{985ав}$ а) $y = \sqrt{\varphi^2(x) + \psi^2(x)}$. в) $y = \varphi^{(\psi)} \sqrt{\psi(x)}$.

$\boxed{A2}$ $y = \ln(\cos(\arctg(\operatorname{sh}(2x))))$.

Вычислить производные с помощью логарифмических производных:

$\boxed{A3}$ $y = x^x$. $\boxed{961}$ $y = x + x^x + x^{x^x}$.

Левые и правые производные

$\boxed{1000}$ $f(x) = |x|$.

Теорема. Пусть функция f непрерывна на $[a; a+h)$ и дифференцируема на $(a; a+h)$, причём $\lim_{x \rightarrow a+0} f'(x) = k$. Тогда $f'_+(a) = k$.

(Дома доказать с помощью теоремы Лагранжа!)

$\boxed{9786вг}$ Найти производные:

б) $y = |\sin^3 x|$; в) $y = \arccos \frac{1}{|x|}$; г) $y = [x] \sin^2 \pi x$.

Касательная к графику функции

$\boxed{A4}$ Написать уравнение прямой с угловым коэффициентом k , проходящей через точку (x_0, y_0) .

$\boxed{1055}$ Написать уравнения касательной и нормали к кривой

$$y = (x + 1)\sqrt[3]{3 - x}$$

в точках: а) $A(-1, 0)$; б) $B(2, 3)$; в) $C(3, 0)$.

$\boxed{A5}$ Найти касательную к параболе $y = \frac{1}{3}(x^2 - 3x + 3)$, параллельную прямой $y = x$, и нормаль в точке касания.

$\boxed{A6}$ Найти угол между кривыми $y = \operatorname{tg} x$ и $\operatorname{ctg} x$ в точке пересечения, принадлежащей интервалу $(0, \pi/2)$.

$\boxed{1061}$ Под какими углами пересекаются кривые $y = x^2$ и $x = y^2$?

$\boxed{1064а}$ Определить угол между левой и правой касательными к кривой: $y = \sqrt{1 - e^{-a^2 x^2}}$ в точке $x = 0$.

Домашнее задание № 20

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Найти производные:

$$\boxed{9856\Gamma} \quad \text{б) } y = \operatorname{arctg} \frac{\varphi(x)}{\psi(x)}; \quad \text{г) } y = \log_{\varphi(x)} \psi(x).$$

$$\boxed{986авГ} \quad \text{а) } y = f(x^2); \quad \text{в) } y = f(e^x) \cdot e^{f(x)}; \quad \text{г) } y = f(f(f(x))).$$

$$\boxed{A1} \quad y = \ln \sqrt[3]{\frac{e^x}{1 + \cos x}}. \quad (\text{Ответ: } y' = \frac{1 + \operatorname{tg}(x/2)}{3}.)$$

Логарифмическая производная

$$\boxed{984\text{ б}} \quad y = \frac{x^2}{1-x} \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}. \quad \boxed{984\text{ Г}} \quad y = (x + \sqrt{1+x^2})^n.$$

$$\boxed{984\text{ в}} \quad y = (x - a_1)^{\alpha_1} (x - a_2)^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot (x - a_n)^{\alpha_n}.$$

$$\boxed{A2} \quad y = (\operatorname{ch} x)^{\operatorname{sh} x}. \quad \boxed{A3} \quad y = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^x.$$

Левые и правые производные

Найти левые и правые производные следующих функций:

$$\boxed{1002} \quad f(x) = x \left| \cos \frac{\pi}{x} \right|. \quad \boxed{1003} \quad f(x) = \sqrt{\sin x^2}.$$

$$\boxed{1001} \quad f(x) = \lfloor x \rfloor \sin \pi x.$$

$$\boxed{978аг} \quad \text{а) } y = |(x-1)^2(x+1)^3|; \quad \text{г) } y = \lfloor x \rfloor \sin^2 \pi x.$$

(Указание к г: производную считать отдельно на интервалах $(n, n+1)$; отдельно в целых точках, слева и справа).

Касательная к графику

$\boxed{1056}$ В каких точках кривой $y = 2 + x - x^2$ касательная к ней:

а) \parallel оси Ox ; б) \parallel биссектрисе первого координатного угла?

$\boxed{1060}$ Под каким углом кривая $y = \ln x$ пересекает ось Ox ?

$\boxed{1062}$ Под какими углами пересекаются кривые $y = \sin x$ и $y = \cos x$?

$\boxed{1064б}$ Определить угол между левой и правой касательными к кривой $y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ в точке $x = 1$.