

## 21-е занятие. Производные высших порядков

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Геометрический смысл производной (повторение)

Написать уравнения касательных к графикам следующих функций в указанных точках:

$$\boxed{A1} \quad f(x) = e^x, \quad x_0 = 0. \quad \boxed{A2} \quad f(x) = \ln x, \quad x_0 = 1.$$

$\boxed{1064a}$  Определить угол между левой и правой касательными к графику функции  $f$  в точке  $x_0$ :

$$f(x) = \sqrt{1 - e^{-a^2 x^2}}, \quad x_0 = 0.$$

### Производные высших порядков

Найти  $y''$  для следующих функций:

$$\boxed{1111} \quad y = x\sqrt{1+x^2}. \quad \boxed{1113} \quad y = e^{-x^2}. \quad \boxed{1115} \quad y = (1+x^2) \operatorname{arctg} x.$$

Найти  $y''$  ( $u$  и  $v$  — дважды дифференцируемые функции):

$$\boxed{1121} \quad y = u^2. \quad \boxed{1122} \quad y = \ln \frac{u}{v}.$$

$\boxed{1125}$  Найти  $y'$ ,  $y''$  и  $y'''$ , если  $y = f(x^2)$ .

$\boxed{A3}$  Найти  $y^{(5)}$  для  $y = \sin x \cdot \sin 3x$ .

$\boxed{A4}$  Найти  $y^{(n)}$  для  $y = x^p$ , где  $p \in \mathbb{Z}$ ,  $p \geq 0$ .

$\boxed{A5}$  Пусть  $y = 3(x^2 - x + 7)^3$ . Найти  $y^{(6)}$  и  $y^{(7)}$ .

$\boxed{A6}$  Найти  $y^{(n)}$  для  $y = x^p$ , где  $p \neq 0, 1, 2, \dots$

Найти  $y^{(n)}$ :

$$\boxed{A7} \quad y = a^x;$$

$$\boxed{A8} \quad y = \sin x;$$

$$\boxed{A9} \quad y = \operatorname{ch} x;$$

$$\boxed{A10} \quad y = \ln(1+x);$$

$$\boxed{A11} \quad y = \frac{x}{1-x};$$

$$\boxed{A12} \quad y = \sqrt{1-x}.$$

$\boxed{1181}$  Показать, что функция  $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$ , где  $C_1$  и  $C_2$  — произвольные постоянные, удовлетворяет уравнению  $y'' + y = 0$ .

$\boxed{1190}$   $y = \frac{1}{x^2 - 3x + 2}$ . Разложить на простейшие дроби и найти  $y^{(n)}$ .

## Домашнее задание № 21

### Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

10646 Определить угол между левой и правой касательными к кривой  $y = f(x)$  в точке  $x_0$ :

$$f(x) = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}, \quad x_0 = 1.$$

### Производные высших порядков

Найти  $y''$ , если:

1112  $y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$ .      1116  $y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}$ .      1117  $y = x \ln x$ .

Найти  $y''$  ( $u$  и  $v$  — дважды дифференцируемые функции):

1123  $y = \sqrt{u^2 + v^2}$ ,      1124  $y = u^v \quad (u > 0)$ .

A1 Найти  $y^{(n)}$ , если  $y = (1+x)^p$  ( $p \neq 0, 1, 2, \dots$ ).

Найти  $y^{(n)}$ :

A2  $y = e^{-x}$ ;      A3  $y = \cos 3x$ ;      A4  $y = \ln x$ ;  
A5  $y = \frac{1}{1-x^2}$ ;      A6  $y = \frac{1}{(1-x)^2}$ ;      A7  $y = \frac{1}{\sqrt{1-x}}$ .

Найти производные указанного порядка:

1156  $y = x(2x-1)^2(x+3)^3$ ; найти  $y^{(6)}$  и  $y^{(7)}$ .

1157  $y = \frac{a}{x^m}$ ; найти  $y'''$ .      1158  $y = \sqrt{x}$ ; найти  $y^{(10)}$ .

Пусть  $f(x)$  — трижды дифференцируемая функция. Найти  $y'$ ,  $y''$  и  $y'''$ , если:

1126  $y = f\left(\frac{1}{x}\right)$ .      1127  $y = f(e^x)$ .

1189  $y = \frac{1}{x(1-x)}$ . Разложить на простейшие дроби и найти  $y^{(n)}$ .

1191  $y = \frac{1}{\sqrt{1-2x}}$ ; найти  $y^{(n)}$ .

1167  $y = \sin x \sin 2x \sin 3x$ ; найти  $y^{(10)}$ .