

23-е занятие. Формула Тейлора-Маклорена Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Правило Лопиталя: повторение

$$\boxed{1363.4} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{arsh} x}{x} \right)^{1/x^2}, \quad \text{где } \operatorname{arsh} x = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}).$$

$$\boxed{1327} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 2x - 2 \arcsin x}{x^3}.$$

$$\boxed{1329} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - a^{\sin x}}{x^3} \quad (a > 0).$$

Символика Ландау

$\boxed{A1}$ Показать, что $1 - \cos x = o(x)$ при $x \rightarrow 0$.

$\boxed{A2}$ Пусть $m > n$. Доказать, что при $x \rightarrow 0$

$$o(x^m) = o(x^n), \quad o(x^m) + o(x^n) = o(x^n).$$

$\boxed{A3}$ Найти произведение:

$$(1 - x + x^2 + o(x^2)) \cdot (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + o(x^3)) \quad (x \rightarrow 0).$$

$\boxed{A4}$ Разложить по степеням x функцию $f(\varphi(x))$, где

$$\varphi(x) = x - x^2 + o(x^2) \quad (x \rightarrow 0), \quad f(t) = 3 + t - 2t^2 + o(t^2) \quad (t \rightarrow 0).$$

Формула Тейлора-Маклорена

Представить формулой Тейлора-Маклорена следующие функции:

$$\boxed{A5} \quad e^{-x^2} \text{ с } o(x^8);$$

$$\boxed{A6} \quad \operatorname{ch} x \text{ с } o(x^{10});$$

$$\boxed{A7} \quad \sin 3x \text{ с } o(x^9);$$

$$\boxed{A8} \quad \sqrt{1+x} \text{ с } o(x^3);$$

$\boxed{A9}$ Разложить $f(x) = \cos 2x - e^{x^2}$ до $o(x^6)$.

Домашнее задание № 23

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Вычислить пределы, используя правило Лопиталья:

$$\boxed{1363} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin x}{x} \right)^{1/x^2}.$$

$$\boxed{1359} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^{1/x} - e}{x}, \quad \boxed{1360} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+x)^x - a^x}{x^2} \quad (a > 0).$$

Символика Ландау

$\boxed{A1}$ Найти произведение:

$$(1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + o(x^3)) \cdot (1 + x + x^2 + x^3 + o(x^3)), \quad x \rightarrow 0.$$

$\boxed{A2}$ Разложить по степеням x функцию $f(\varphi(x))$, где

$$\varphi(x) = x + 3x^2 + o(x^2) \quad (x \rightarrow 0), \quad f(t) = 1 - t + 3t^2 + o(t^2) \quad (t \rightarrow 0).$$

$\boxed{A3}$ Пусть $\varphi(x) \sim x^p$ при $x \rightarrow 0$. Доказать, что $o(\varphi^k(x)) = o(x^{kp})$ при $x \rightarrow 0$.

Формула Тейлора-Маклорена

$\boxed{A4}$ Записать разложения следующих функций по степеням x до x^7 включительно (с остаточным членом $o(x^8)$):

$$e^x, \quad \cos x, \quad \sin x, \quad \operatorname{ch} x, \quad \operatorname{sh} x, \quad .$$

$\boxed{A5}$ Записать разложения следующих функций по степеням x до x^3 включительно (с остаточным членом $o(x^4)$):

$$\ln(1+x), \quad (1+x)^p, \quad \frac{1}{1+x}, \quad \sqrt{1+x}, \quad \frac{1}{\sqrt{1+x}}.$$

Представить формулой Тейлора-Маклорена следующие функции:

$$\boxed{A6} \quad e^{-2x} \text{ с } o(x^5); \quad \boxed{A7} \quad \ln(1+2x) \text{ с } o(x^5);$$

$$\boxed{A8} \quad \frac{1}{\sqrt{1-2x}} \text{ с } o(x^4); \quad \boxed{A9} \quad \frac{1}{1+x} \text{ с } o(x^5).$$