

24-е занятие. Формула Тейлора-Маклорена и её применение для вычисления пределов Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

Представить формулой Тейлора-Маклорена следующие функции:

$$\boxed{\text{A1}} \quad e^{-x^2} \text{ с } o(x^8);$$

$$\boxed{\text{A2}} \quad \operatorname{ch} x \text{ с } o(x^{10});$$

$$\boxed{\text{A3}} \quad \sin 3x \text{ с } o(x^9);$$

$$\boxed{\text{A4}} \quad \sqrt{1+x} \text{ с } o(x^3);$$

$$\boxed{\text{A5}} \quad \text{Разложить } f(x) = \cos 2x - e^{x^2} \text{ до } o(x^6).$$

$\boxed{\text{A6}}$ Вычисляя производные в точке $x_0 = 2$, найти разложение функции $f(x) = x^2 + x - 3$ по степеням биннома $x - 2$.

Разложить по степеням x следующие произведения:

$$\boxed{\text{A7}} \quad e^x \cos x \text{ с } x^4.$$

$$\boxed{\text{A8}} \quad \frac{\cos x}{(1-x)^3} \text{ с } x^4.$$

Разложить по степеням x следующие функции, представленные в виде частного табличных функций:

$$\boxed{\text{A9}} \quad \operatorname{th} x \text{ с } x^5.$$

$$\boxed{\text{A10}} \quad \frac{\sin x}{e^x - 1} \text{ с } x^3.$$

$\boxed{\text{A11}}$ Разложить по степеням x следующие композиции функций:

$$\boxed{\text{A12}} \quad f(\varphi(x)), \text{ где } \varphi(x) = x - 2x^2 + o(x^2), \quad f(t) = 3 + 5t - 2t^2 + o(t^2).$$

$$\boxed{\text{A13}} \quad e^{2x+3x^2} \text{ до } x^4.$$

$$\boxed{\text{A14}} \quad \cos(\sin x) \text{ до } x^5.$$

$$\boxed{\text{A15}} \quad \ln(\operatorname{ch} x) \text{ до } x^4.$$

$$\boxed{\text{A16}} \quad \sqrt{\operatorname{ch} x} \text{ до } x^5.$$

Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора

$$\boxed{1398} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}.$$

$$\boxed{1406.3} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh}(\operatorname{tg} x) - x}{x^3}.$$

$$\boxed{1400} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x^{3/2} \left(\sqrt{x+1} + \sqrt{x-1} - 2\sqrt{x} \right).$$

Домашнее задание № 24

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

1388 Найти три члена разложения функции $f(x) = \sqrt{x}$ по целым неотрицательным степеням разности $x - 1$.

Найти разложения по степеням x следующих функций, представленных или представимых в виде произведения табличных функций:

A1 $f(x) = e^x \sin x$ до x^5 .

1378 $f(x) = \frac{(1+x)^{100}}{(1-2x)^{40}(1+2x)^{60}}$ до x^2 .

Используя метод неопределённых коэффициентов, найти разложения по степеням x следующих функций, представленных или представимых в виде отношения табличных функций:

1377 $f(x) = \frac{1+x+x^2}{1-x+x^2}$ до x^4 . Чему равно $f^{(4)}(0)$?

1382 $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ до x^4 . 1386 $f(x) = \operatorname{tg} x$ до x^5 .

Разложить по степеням x следующие композиции функций:

A2 $f(\varphi(x))$, где $\varphi(x) = x + 3x^2 + o(x^2)$, $f(t) = 1 - t + 3t^2 + o(t^2)$.

1381 e^{2x-x^2} до x^5 . 1384 $\ln \cos x$ до x^6 .

1383 $\sqrt[3]{\sin x^3}$ до x^{13} . Указание: представить в виде $x \cdot \sqrt[3]{1 + \varphi(x^3)}$.

1385 $\sin(\sin x)$ до x^3 . 1387 $\ln \frac{\sin x}{x}$ до x^6 .

1391 Функцию $f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$ ($x > 0$) разложить по целым неотрицательным степеням дроби $\frac{1}{x}$ до члена с $\frac{1}{x^2}$. Указание: вынести за скобку x и сделать замену $t = \frac{1}{x}$.

Вычислить пределы с помощью формулы Тейлора-Маклорена:

1399 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x \sin x - x(1+x)}{x^4}$. 1403 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x + a^{-x} - 2}{x^2}$ ($a > 0$).

1402 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\left(x^3 - x^2 + \frac{x}{2} \right) e^{1/x} - \sqrt{x^6 + 1} \right)$.

1405 $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\sin x} \right)$. 1406.1 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(\sin x) - x\sqrt[3]{1-x^2}}{x^5}$.

1401 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt[6]{x^6 + x^5} - \sqrt[6]{x^6 - x^5} \right)$.