Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр
Контрольная работа № 1. Пробный вариант № 1

$\boxed{1}$ В разложении $(xy - 2x^{-2})^7$ найти слагаемое, содержащее x^{-2}.

$\boxed{2}$ Доказать формулу методом математической индукции:

$$1^2 + 3^2 + \ldots + (2n-1)^2 = \frac{n(4n^2-1)}{3}.$$

$\boxed{3}$ Доказать, пользуясь определением (построить $N(E)$):

$$\lim_{n\to\infty} \frac{(-1)^n - n^3}{n^2 - 3n + 2} = -\infty.$$

$\boxed{4}$ Найти предел:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{\lg(3^n + n) + \lg(3^n - 1)}{n + \lg n}.$$

$\boxed{5}$ Найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если

$$x_n = \cos\sqrt[3]{n^2+7} - \cos\sqrt[3]{n^2+1}.$$

$\boxed{6}$ Найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если

$$x_n = (3\,\mathrm{sgn}(\mathrm{tg}\, n) - 7) \cdot \frac{n}{5 - \ln n}.$$

В примерах типа 6 обратить особое внимание на чёткость рассуждений.

$\boxed{7^*}$ Вывести простую формулу для x_n и найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$:

$$x_1 = 1, \qquad x_n = \left(1 - \frac{1}{2^2}\right)\left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \cdot \ldots \cdot \left(1 - \frac{1}{n^2}\right) \quad \text{при} \quad n \geqslant 2.$$

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр
Контрольная работа № 1. Пробный вариант № 2

$\boxed{1}$ Пользуясь формулой степени бинома, вывести формулу понижения степени для $\operatorname{sh}^5 x$.

$\boxed{2}$ Доказать неравенство методом математической индукции:

$$\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\ldots+\frac{1}{3n+1}>1.$$

$\boxed{3}$ Доказать, пользуясь определением (построить $N(\varepsilon)$):

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3+\lg n}{3\lg n-2}=\frac{1}{3}.$$

$\boxed{4}$ Найти предел:

$$\lim_{n\to\infty}\frac{n!\cdot(1+3+\ldots+(2n-1))}{(n+2)!-(n-1)!}.$$

$\boxed{5}$ Найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если

$$x_n=\frac{1^2+2^2+\ldots+n^2-(n^3/3)}{n^2\left(1+0.2+0.2^2+\ldots+0.2^{n-1}\right)}.$$

$\boxed{6}$ Найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если

$$x_n=\frac{\sqrt{n+1}-\sqrt{n}}{3+\sin n}.$$

В примерах типа 6 обратить особое внимание на чёткость рассуждений.

$\boxed{7^*}$ Найти $\lim\limits_{n\to\infty} x_n$, если

$$x_n=n^2\left(\left(1+\frac{1}{10n}\right)^{10}-\left(1+\frac{1}{9n}\right)^{9}\right).$$