

Контрольная работа № 3. Вариант № 1, пробный Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

1] Найти $f'(x)$, если $f(x) = (\ln x)^{\arcsin 3x}$.

2] Найти $f^{(n)}(x)$, если $f(x) = \frac{x+2}{\sqrt{1+4x}}$.

(Ответ дать в упрощённом виде, т. е. вынести общие множители.)

3] Найти уравнение касательной к функции f в точке с абсциссой x_0 :

$$f(x) = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}, \quad x_0 = 0.$$

4] Вычислить предел с помощью правила Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+x)^x - a^x}{x^2} \quad (a > 0).$$

5] Найти предел, используя формулу Тейлора:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh}(\operatorname{tg} x) - x}{x^3}.$$

6] Найти разложение функции $f(x)$ по целым степеням x до члена с x^4 включительно с остаточным членом в форме Пеано:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x}}{\cos x}.$$

7] Дополнительное задание. Доказать неравенство:

$$a^b \leq b^a \quad \text{при} \quad e \leq a \leq b.$$

Указание: привести неравенство равносильными преобразованиями к более удобной форме, выбрать подходящую функцию и исследовать её на монотонность с помощью производной.

Контрольная работа № 3. Вариант № 2, пробный Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

1 Найти $f'(x)$, если $f(x) = (\operatorname{tg} 3x)^{\cos 3x}$.

2 Найти $f^{(100)}(x)$, если $f(x) = x^2 \cos 3x$.

(Ответ дать в виде $3^{\dots} ((\dots) \cos 3x + (\dots) \sin 3x)$.)

3 Найти уравнение касательной к функции f в точке с абсциссой x_0 :

$$f(x) = 4 \operatorname{ctg} x - \frac{\cos x}{\sin^2 x}, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}.$$

4 Вычислить предел с помощью правила Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x \cos x}{\sin^3 x}.$$

5 Найти предел, используя формулу Тейлора:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{ch} 3x + \cos 3x - 2}{x^4}.$$

6 Найти разложение функции $f(x)$ по целым степеням x до члена с x^5 включительно с остаточным членом в форме Пеано:

$$f(x) = \sin(\operatorname{tg} x).$$

7 Дополнительное задание. Доказать неравенство:

$$\cos x > 1 - \frac{x^2}{2} \quad \left(0 < x < \frac{\pi}{2}\right).$$

Указание: рассмотреть подходящую функцию и исследовать её на монотонность с помощью производной.