Особое задание по теме «Замечательные пределы»

Фамилия: ________________________________

$$\lim_{x\to 0} \sin 4x \cdot \operatorname{ctg} 5x =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x}{x^2} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\cos 3x - 1}{x^2} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sin x - \operatorname{tg} x}{x^3} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{e^{4x} - 1}{\operatorname{tg} x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{1 - 3^{5x}}{\sin 2x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln(1+3x)}{\sin 4x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\log_2(1+4x)}{\operatorname{tg} 3x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[5]{1+2x} - 1}{\operatorname{tg} 2x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{(1+x)^7 - 1}{\sin 8x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{3^x - 1}{\log_2(1+3x)} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\ln\cos 3x}{x^2} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\log_3\cos 5x}{x^2} =$$

$$\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt[5]{\cos x} - 1}{2^x - 1} =$$

Если $f(x) \to 1$ при $x \to x_0$, то $\ln f(x) = \ln(1+(f(x)-1)) \sim f(x)-1$ при $x \to x_0$. Отсюда, пользуясь непрерывностью экспоненты, получаем:

$$\boxed{\lim_{x\to x_0} f(x)^{g(x)} = e^{\lim\limits_{x\to x_0} g(x)\ln f(x)} = \lim_{x\to x_0} e^{\lim\limits_{x\to x_0} g(x)(f(x)-1)}.}$$

Предел $\lim\limits_{x\to x_0} g(x)(f(x)-1)$ удобно считать отдельно.

Пример оформления. $\lim\limits_{x\to 0}(\cos 5x)^{\operatorname{ctg}^2 3x} = e^{-25/18}$, т. к. $\lim\limits_{x\to 0}\cos 5x = 1$ и $\lim\limits_{x\to 0}\operatorname{ctg}^2 3x \cdot (\cos 5x - 1) = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-2\cdot\sin^2(5x/2)}{\operatorname{tg}^2(3x)} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{-25x^2/2}{9x^2} = -\dfrac{25}{18}$.

$$\lim_{x\to 0} (1 + \sin 3x)^{\operatorname{ctg} 2x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \left(1 - \operatorname{tg}^2 2x\right)^{1/x^2} =$$

$$\lim_{x\to 0} (\cos 3x)^{\operatorname{ctg}^2 3x} =$$

$$\lim_{x\to 0} \sqrt[x]{\cos 4x} =$$