

# Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

## 1-е занятие. Функции и их графики

Почти все упражнения взяты из задачника: Демидович Б. П. «Сборник задач и упражнений по математическому анализу».

[A1] Найти  $D(f)$  и  $E(f)$  (естественную область определения и множество значений) для функции  $f(x) = \sqrt{4 - x^2}$ .

[169] Найти  $D(f)$  и  $E(f)$  для функции  $f(x) = \arcsin\left(\lg \frac{x}{10}\right)$ .

Найти  $f(X)$  (множество значений функции  $f$  на множестве  $X$ ):

[178]  $f(x) = x^2$ ,  $X = [-1; 2]$ .

[181]  $f(x) = \operatorname{ctg} \frac{\pi x}{4}$ ,  $X = \{x \in \mathbb{R} \mid 0 < |x| \leq 1\}$ .

Найти композиции  $\varphi \circ \varphi$ ,  $\varphi \circ \psi$ ,  $\psi \circ \varphi$  и  $\psi \circ \psi$  для заданных функций  $\varphi$  и  $\psi$ :

[A2]  $\varphi(x) = \sin x$ ,  $\psi(x) = \sqrt{x}$ .

[A3]  $\varphi(x) = \operatorname{sgn} x$ ,  $\psi(x) = [x]$ .

Здесь  $[x]$  — целая часть  $x$ ,  $\operatorname{sgn} x$  — знак  $x$ : 
$$\operatorname{sgn} x = \begin{cases} 1, & x > 0; \\ 0, & x = 0; \\ -1, & x < 0. \end{cases}$$

[212] Найти  $f(x)$ , если  $f\left(x + \frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x^2}$ .

[243аб] Построить график квадратного трёхчлена  $y = ax^2 + bx + c$ , приведя его к виду  $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ :

б)  $y = x^2 - 3x + 2$ ; а)  $y = 8x - 2x^2$ .

[251] Построить график дробно-линейной функции  $y = \frac{3x + 2}{2x - 3}$ , приведя её к виду  $y = y_0 + \frac{m}{x - x_0}$ .

Построить графики следующих функций с помощью поточечных операций над известными графиками:

[253]  $y = x + \frac{1}{x}$ . [333]  $y = x + \sin x$ .

[294]  $y = \sin^3 x$ . [A4]  $y = \cos 3x \cdot \cos x$ .

[A5] Построить график функции  $y = 5 \cos x - 12 \sin x$ , приведя её к виду  $y = A \cos(x - x_0)$ .

## Домашнее задание № 1

### Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр

166] Найти  $D(f)$  и  $E(f)$  для функции  $f(x) = \sqrt{2 + x - x^2}$ .

167] Найти  $D(f)$  и  $E(f)$  для функции  $f(x) = \lg(1 - 2 \cos x)$ .

Найти множество  $f(X)$ :

180]  $y = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctg} x, \quad X = \mathbb{R}.$       183]  $y = a + (b - a)x, \quad X = (0; 1).$

Найти композиции  $\varphi \circ \varphi, \varphi \circ \psi, \psi \circ \varphi$  и  $\psi \circ \psi$  для заданных функций  $\varphi$  и  $\psi$ :

206]  $\varphi(x) = x^2, \quad \psi(x) = 2^x.$       207]  $\varphi(x) = \operatorname{sgn} x, \quad \psi(x) = \frac{1}{x}.$

213] Найти  $f(x)$ , если  $f\left(\frac{1}{x}\right) = x + \sqrt{1 + x^2} \quad (x > 0).$

213.1] Найти  $f(x)$ , если  $f\left(\frac{x}{x+1}\right) = x^2.$

243вг] Построить график квадратного трёхчлена  $y = ax^2 + bx + c$ , приведя его к виду  $y = a(x - x_0)^2 + y_0$ :

в)  $y = -x^2 + 2x - 1.$       г)  $y = \frac{1}{2}x^2 + x + 1.$

250] Построить график дробно-линейной функции  $y = \frac{1 - x}{1 + x}$ , приведя её к виду  $y = y_0 + \frac{m}{x - x_0}.$

Построить графики следующих функций с помощью поточечных операций над известными графиками:

254]  $y = x^2 + \frac{1}{x}$  (трезубец Ньютона).      334]  $y = x + \operatorname{arctg} x.$

293]  $y = \sin^2 x.$       296]  $y = \sin 3x \cdot \sin x.$

287] Построить график функции  $y = 6 \cos x + 8 \sin x$ , приведя её к виду  $y = A \sin(x - x_0).$