

Мех.-мат., матем. анализ., 1-й семестр
11-е занятие. Пределы иррациональных
и тригонометрических выражений

Повторение: пределы рациональных выражений

$$\boxed{A1} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x^3 - 1}. \quad \boxed{425} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^m - 1}{x^n - 1}, \text{ где } m, n \in \mathbb{N}.$$

$$\boxed{A2} \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^4 + x^3 - 7x^2 - 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}.$$

Пределы слева и справа

$\boxed{A3}$ Сформулировать определения:

$$\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = A, \quad \lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = -\infty.$$

$$\boxed{A4} \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 3}{x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2-0} \frac{x + 3}{x - 2}, \quad \lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{x + 3}{x - 2}.$$

Пределы иррациональных выражений

$$\boxed{443} \quad \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2}. \quad \boxed{439} \quad \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a} + \sqrt{x - a}}{\sqrt{x^2 - a^2}}.$$

$$\boxed{455} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[m]{x} - 1}{\sqrt{x} - 1}. \quad \boxed{449} \quad \lim_{x \rightarrow 7} \frac{\sqrt{x + 2} - \sqrt[3]{x + 20}}{\sqrt[4]{x + 9} - 2}.$$

$$\boxed{A5} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 - 1}}{x}. \quad \boxed{457} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{(x + a)(x + b)} - x \right).$$

Пределы тригонометрических выражений

«Первый замечательный предел»: $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1.$

Теорема о пределе суперпозиции функций.

$$\boxed{A6} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 15x}{15x}. \quad \boxed{471} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}. \quad \boxed{474} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x^2}.$$

$$\boxed{A7} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin x}{x}. \quad \boxed{472} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x}.$$

Домашнее задание № 11

Матем. анализ, мех.-мат., 1-й семестр

[A1] Сформулировать определения: $\lim_{x \rightarrow a-0} f(x) = B$, $\lim_{x \rightarrow a+0} f(x) = B$, где $B = \infty$, $B = +\infty$, $B = -\infty$ (6 случаев). Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 3}{x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow -1-0} \frac{x^2 - 3}{x + 1}, \quad \lim_{x \rightarrow -1+0} \frac{x^2 - 3}{x + 1}.$$

$$[437] \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{1 + 2x} - 3}{\sqrt{x} - 2}. \quad [438] \lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1 - x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}.$$

$$[452] \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1 + \alpha x} - \sqrt[n]{1 + \beta x}}{x}.$$

$$[453] \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[m]{1 + \alpha x} \sqrt[n]{1 + \beta x} - 1}{x} \quad (m, n \in \mathbb{Z}).$$

$$[450] \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1 + \frac{x}{3}} - \sqrt[4]{1 + \frac{x}{4}}}{1 - \sqrt{1 - \frac{x}{2}}}.$$

$$[455.1] \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3}{1 - \sqrt{x}} - \frac{3}{1 - \sqrt[3]{x}} \right).$$

$$[458] \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x + \sqrt{x + \sqrt{x}}} - \sqrt{x} \right).$$

$$[473] \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin mx}{\sin nx}. \quad [474.1] \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x}.$$

$$[474.2] \lim_{x \rightarrow 0} x \operatorname{ctg} 3x. \quad [475] \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{\sin^3 x}.$$

$$[476] \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x - \sin 3x}{\sin x}. \quad [479] \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \operatorname{tg} 2x \operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right).$$

Дополнительное задание

[468] Исследовать поведение корней x_1 и x_2 квадратного уравнения

$$ax^2 + bx + c = 0,$$

у которого $a \rightarrow 0$, а коэффициенты b и c постоянны, причём $b \neq 0$.