Мех.-мат., матем. анализ., 1-й семестр
14-е занятие. Вычисление пределов

$\boxed{\text{(из Д. З.)}}$ $\operatorname{sh}(x+y) = \operatorname{sh} x \operatorname{ch} y + \operatorname{ch} x \operatorname{sh} y$.

$\boxed{\text{528 (из Д. З.)}}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \cos^n \dfrac{x}{\sqrt{n}}$.

$\boxed{\text{531 (из Д. З.)}}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\ln x - \ln a}{x-a}$.

$\boxed{\text{549 (из Д. З.)}}$ $\lim\limits_{x\to x_0} \dfrac{a^x - a^{x_0}}{x - x_0}$.

$\boxed{\text{548 (из Д. З.)}}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^\alpha - a^\alpha}{x^\beta - a^\beta}$.

$\boxed{542}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{a^x - x^a}{x-a}$.

$\boxed{488}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(a+2x) - 2\sin(a+x) + \sin a}{x^2}$.

$\boxed{550}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{a^{x+h} + a^{x-h} - 2a^x}{h^2}$ $\quad (a > 0)$.

$\boxed{533}$ $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln(x^2 - x + 1)}{\ln(x^{10} + x + 1)}$.

$\boxed{592}$ $\lim\limits_{x\to +0} x \ln x$.

$\boxed{546}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \operatorname{tg}^n \left(\dfrac{\pi}{4} + \dfrac{1}{n}\right)$.

$\boxed{555}$ $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{b}}{2}\right)^n$ $\quad (a > 0,\ b > 0)$.

$\boxed{\text{576 а)}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sh} x}{x}$.

$\boxed{\text{A1}}$ Доказать, что $\operatorname{sh} x - \operatorname{sh} y = 2 \operatorname{sh} \dfrac{x-y}{2} \operatorname{ch} \dfrac{x+y}{2}$.

$\boxed{\text{577.1. а)}}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\operatorname{sh} x - \operatorname{sh} a}{x-a}$.

$\boxed{\text{A2}}$ Доказать, пользуясь определением: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x^2 - 4x + 2}{x^2 + x - 4} = -\dfrac{1}{2}$.

$\boxed{582}$ $\lim\limits_{x\to +\infty} \arccos\left(\sqrt{x^2+x} - x\right)$.

$\boxed{\text{A3}}$ Доказать, что $\arcsin x \sim x$ при $x \to 0$.

$\boxed{567}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1 + xe^x)}{\ln(x + \sqrt{1+x^2})}$.

Домашнее задание № 14
Матем. анализ, мех.-мат., 1-й семестр

$\boxed{489}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(a+2x) - 2\cos(a+x) + \cos a}{x^2}$.

$\boxed{490}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg}(a+2x) - 2\operatorname{tg}(a+x) + \operatorname{tg} a}{x^2}$.

$\boxed{492}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin(a+x)\sin(a+2x) - \sin^2 a}{x}$.

$\boxed{536}$ $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{\ln(1+\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})}{\ln(1+\sqrt[3]{x}+\sqrt[4]{x})}$. $\boxed{563}$ $\lim\limits_{x\to 1}(1-x)\log_x 2$.

$\boxed{537}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\ln(x+h) + \ln(x-h) - 2\ln x}{h^2}$.

$\boxed{540.1}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(nx+\sqrt{1-n^2x^2})}{\ln(x+\sqrt{1-x^2})}$. $\boxed{543}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{x^x - a^a}{x-a}$ $(a>0)$.

$\boxed{545.1}$ $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{1+\sin x\cos\alpha x}{1+\sin x\cos\beta x}\right)^{\operatorname{ctg}^3 x}$. $\boxed{547}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\alpha x} - e^{\beta x}}{\sin\alpha x - \sin\beta x}$.

$\boxed{556}$ $\lim\limits_{x\to 0} \left(\dfrac{a^x+b^x+c^x}{3}\right)^{1/x}$ $(a,b,c>0)$.

$\boxed{568}$ $\lim\limits_{x\to +\infty} ((x+2)\ln(x+2) - 2(x+1)\ln(x+1) + x\ln x)$.

$\boxed{\text{A1}}$ Вывести формулы для $\operatorname{ch} x - 1$ и для $\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} y$.

$\boxed{\text{576 б)}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{ch} x - 1}{x^2}$. $\boxed{\text{577.1 б)}}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{\operatorname{ch} x - \operatorname{ch} a}{x-a}$.

$\boxed{\text{A2}}$ Доказать, что $\operatorname{arctg} x \sim x$ при $x\to 0$.

$\boxed{\text{A3}}$ Доказать, пользуясь определением: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{2x^2+5x-3}{x^2-4x+1} = -3$.

$\boxed{\text{T1 (дополн.)}}$ Пусть функция f непрерывна и возрастает (строго) на интервале (a,b), причём $\lim\limits_{x\to a+0} f(x) = -\infty$, $\lim\limits_{x\to b-0} f(x) = +\infty$. Доказать, что для функции f существует обратная. Пусть $g\colon \mathbb{R}\to(a,b)$ — функция, обратная к f. Доказать, что $\lim\limits_{x\to +\infty} g(x) = b$, $\lim\limits_{x\to -\infty} g(x) = a$.

$\boxed{\text{A4}}$ Из предыдущей задачи следует, что при $x\to+\infty$ величина $\operatorname{arctg} x$ стремится к $\frac{\pi}{2}$. Естественный вопрос: с какой скоростью? Доказать, что $\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \sim \dfrac{1}{x}$ при $x\to+\infty$.