Мех.-мат., матем. анализ., 1-й семестр
15-е занятие. Вычисление пределов

$\boxed{\text{из Д. З.}}$ Доказать, что $\operatorname{arctg} x \sim x$ при $x \to 0$.

$\boxed{\text{A1}}$ $\lim\limits_{t\to 0} \dfrac{(a+t)^t - 1}{t}$.

$\boxed{\text{A2}}$ Пусть $f(x) = x^2 + 5x - 3$. «Ограничить $f(x)$ при $x \to 0$», т. е. найти такие $C > 0$ и $\delta > 0$, что для любого x из условия $|x| < \delta$ следует, что $|f(x)| \leqslant C$.

$\boxed{\text{A3}}$ Пусть $f(x) = 2x^2 - 7x - 1$. «Отграничить $f(x)$ от 0 при $x \to 0$», т. е. найти такие $C > 0$ и $\delta > 0$, что для любого x из условия $|x| < \delta$ следует, что $|f(x)| \geqslant C$.

$\boxed{\text{A4}}$ Доказать, пользуясь определением: $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{x+5}{2+3x-4x^2} = \dfrac{5}{2}$.

$\boxed{\text{A5}}$ Выразить $\operatorname{ch} x - 1$ через $\operatorname{sh} \frac{x}{2}$.

$\boxed{577.2}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln \operatorname{ch} x}{\ln \cos x}$.

$\boxed{\text{A6}}$ $\lim\limits_{x\to +\infty} (x - \ln \operatorname{sh} x)$.

$\boxed{\text{A7}}$ $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(\cos \dfrac{1}{\sqrt{x}} - 1\right) \cdot \ln(3^x + x^2)$.

$\boxed{\text{A8}}$ $\lim\limits_{x\to 0} (2^x + \sin 2x)^{1/(3x+x^2)}$.

$\boxed{\text{A9}}$ Графики функций arcsin, arccos и arctg.

$\boxed{584}$ $\lim\limits_{x\to -\infty} \operatorname{arctg} \dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$.

$\boxed{585}$ $\lim\limits_{h\to 0} \dfrac{\operatorname{arctg}(x+h) - \operatorname{arctg} x}{h}$.

$\boxed{567}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(1+xe^x)}{\ln(x+\sqrt{1+x^2})}$.

$\boxed{\text{A10}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln(\cos x + x^2)}{\operatorname{tg}^2 x + x^4}$.

$\boxed{589}$ $\lim\limits_{x\to +\infty} x\left(\dfrac{\pi}{2} - \arcsin \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)$.

$\boxed{\text{из Д. З., доп.}}$ Доказать, что $\dfrac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} x \sim \dfrac{1}{x}$ при $x \to +\infty$.

Домашнее задание № 15
Матем. анализ, мех.-мат., 1-й семестр

$\boxed{559}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{a^{x^2}-b^{x^2}}{(a^x-b^x)^2}$. $\boxed{560}$ $\lim\limits_{x\to a} \dfrac{a^{a^x}-a^{x^a}}{a^x-x^a}$.

$\boxed{572}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\cos(xe^x)-\cos(xe^{-x})}{x^3}$. $\boxed{578}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} (x-\ln\operatorname{ch} x)$.

$\boxed{574}$ $\lim\limits_{x\to 1}(2-x)^{\sec(\pi x/2)}$. Пояснение: $\operatorname{cosec} t = \frac{1}{\cos t}$.

$\boxed{576 \text{ в)}}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{th} x}{x}$. $\boxed{576.1}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{sh}^2 x}{\ln(\operatorname{ch} 3x)}$. $\boxed{579}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{\sin 2x}-e^{\sin x}}{\operatorname{th} x}$.

$\boxed{582}$ $\lim\limits_{x\to+\infty} \arccos\left(\sqrt{x^2+x}-x\right)$. $\boxed{583}$ $\lim\limits_{x\to 2} \operatorname{arctg} \dfrac{x-4}{(x-2)^2}$.

$\boxed{586}$ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\ln\frac{1+x}{1-x}}{\operatorname{arctg}(1+x)-\operatorname{arctg}(1-x)}$. $\boxed{588}$ $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(\dfrac{\pi}{4}-\operatorname{arctg}\dfrac{x}{x+1}\right)$.

$\boxed{595}$ $f(x)=\operatorname{arctg}\dfrac{1}{1-x}$. Найти $\lim\limits_{x\to 1-0} f(x)$ и $\lim\limits_{x\to 1+0} f(x)$.

$\boxed{\text{A1}}$ Ограничить $f(x)$ при $x\to 0$, т. е. найти такие $C>0$ и $\delta>0$, что для любого x из условия $|x|<\delta$ следует, что $|f(x)|\leqslant C$:

$$a)\ f(x)=4-x+x^3; \qquad b)\ f(x)=x^2-7x+8.$$

$\boxed{\text{A2}}$ Отграничить $f(x)$ от 0 при $x\to 0$, т. е. найти такие $C>0$ и $\delta>0$, что для любого x из условия $|x|<\delta$ следует, что $|f(x)|\geqslant C$:

$$a)\ f(x)=3-2x+5x^2; \qquad b)\ f(x)=3x^2-5x+2.$$

$\boxed{\text{A3}}$ Доказать, пользуясь определением предела:

$$a)\ \lim_{x\to 0}\frac{x^2+3x-2}{x^2-5x+1}=-2; \qquad b)\ \lim_{x\to 0}\frac{x-3}{x^2-x+2}=-\frac{3}{2}.$$

Дополнительные задания

$\boxed{590}$ $\lim\limits_{n\to\infty}\left(1+\dfrac{(-1)^n}{n}\right)^{\operatorname{cosec}(\pi\sqrt{1+n^2})}$. $\boxed{604}$ $\lim\limits_{n\to\infty}\sin(\pi\sqrt{n^2+1})$.

$\boxed{594.1}$ Найти $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)-\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$, если $f(x)=\ln\dfrac{x+\sqrt{x^2+a^2}}{x+\sqrt{x^2+b^2}}$.