

Мех.-мат., матем. анализ., 1-й семестр  
18-е занятие. Производные. Формула Бернулли

Найти производные следующих функций:

[A1]  $y = \operatorname{th} x$  (использовать тождество  $\operatorname{ch}^2 x - \operatorname{sh}^2 x = 1$ ).

[A2]  $y = (x^2 - 3x + 1) \sin 2x + (4x - 1) \cos 2x$ .      [A3]  $y = \frac{x}{\sqrt{a^2 - x^2}}$ .

[A4]  $y = \sqrt{x^2 + 1}$ .      [895]  $y = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})$ .

[A5]  $y = \ln |x|$ .      [A6]  $y = \frac{1-x}{1+x}$ .      [A7]  $y = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{1-x}{1+x} \right|$ .

[A8]  $y = \arcsin \frac{x}{5}$ .      [A9]  $y = \frac{1}{7} \operatorname{arctg} \frac{x}{7}$ .

[926]  $y = \operatorname{arctg} \left( \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x} \right)$ .

[933]  $y = \ln \frac{x+a}{\sqrt{x^2+b^2}} + \frac{a}{b} \operatorname{arctg} \frac{x}{b}$  ( $b \neq 0$ ).

[939]  $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x^2 - 1} - \frac{\ln x}{\sqrt{x^2 - 1}}$ .

[958]  $y = \arcsin(\sin x^2) + \arccos(\cos x^2)$ .

[951]  $y = \ln(e^x + \sqrt{1 + e^{2x}})$  (представить как композицию).

[972]  $y = \ln(\cos^2 x + \sqrt{1 + \cos^4 x})$ .

Логарифмическая производная, формула Бернулли

[884]  $y = \left(\frac{a}{b}\right)^x \left(\frac{b}{x}\right)^a \left(\frac{x}{a}\right)^b$  ( $a > 0, b > 0$ ).

[963]  $y = \sqrt[x]{x}$  ( $x > 0$ ).      [984a]  $y = x \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$ .

[T1] Доказать формулу Бернулли:

$$\begin{aligned} \left(f(x)^{g(x)}\right)' &= f(x)^{g(x)} \left(\frac{f'(x)}{f(x)} \cdot g(x) + g'(x) \cdot \ln f(x)\right) = \\ &= g(x) \cdot f(x)^{g(x)-1} \cdot f'(x) + f(x)^{g(x)} \cdot g'(x) \cdot \ln f(x). \end{aligned}$$

[A10]  $y = (\ln x)^{\cos x}$ .      [A11]  $y = (x^2 + 3)^{\sin x}$ .

[961]  $y = x + x^x + x^{x^x}$ .

## Домашнее задание № 18

### Матем. анализ, мех.-мат., 1-й семестр

$$\boxed{840} \quad y = (x \sin \alpha + \cos \alpha)(x \cos \alpha - \sin \alpha).$$

$$\boxed{858} \quad y = \sqrt[3]{\frac{1+x^3}{1-x^3}}.$$

$$\boxed{896} \quad y = x \ln(x + \sqrt{1+x^2}) - \sqrt{1+x^2}.$$

$$\boxed{A1} \quad y = \arcsin \frac{x}{a} \quad (a > 0). \quad \boxed{A2} \quad y = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} \quad (a > 0).$$

$$\boxed{A3} \quad y = \sqrt{a^2 - x^2}. \quad \boxed{934} \quad y = \frac{x}{2} \sqrt{a^2 - x^2} + \frac{a^2}{2} \arcsin \frac{x}{a} \quad (a > 0).$$

$$\boxed{950} \quad y = x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) - \frac{1}{2} (\operatorname{arctg} x)^2.$$

$$\boxed{954} \quad y = \frac{1}{4\sqrt{3}} \ln \frac{\sqrt{x^2+2} - x\sqrt{3}}{\sqrt{x^2+2} + x\sqrt{3}} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{x^2+2}}{x}.$$

$$\boxed{960} \quad y = \operatorname{arctg} e^x - \ln \sqrt{\frac{e^{2x}}{e^{2x}+1}}.$$

$$\boxed{966} \quad y = \log_x e.$$

$$\boxed{973} \quad y = (\arccos x)^2 \cdot \left( \ln^2(\arccos x) - \ln(\arccos x) + \frac{1}{2} \right).$$

$$\boxed{974} \quad y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg}(\sqrt[4]{1+x^4}) + \frac{1}{4} \ln \frac{\sqrt[4]{1+x^4} + 1}{\sqrt[4]{1+x^4} - 1}.$$

### Формула Бернулли и логарифмическая производная

$$\boxed{964} \quad y = (\sin x)^{\cos x} + (\cos x)^{\sin x}. \quad \boxed{965} \quad y = \frac{(\ln x)^x}{x^{\ln x}}.$$

$$\boxed{965.1} \quad y = \left( \frac{\arcsin(\sin^2 x)}{\arccos(\cos^2 x)} \right)^{\operatorname{arctg}^2 x}$$

$$\boxed{984 \text{ б}} \quad y = \frac{x^2}{1-x} \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}.$$

$$\boxed{984 \text{ в}} \quad y = (x-a_1)^{\alpha_1} (x-a_2)^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot (x-a_n)^{\alpha_n}.$$

$$\boxed{984 \text{ г}} \quad y = \left( x + \sqrt{1+x^2} \right)^n.$$