

Мех.-мат., матем. анализ., 1-й семестр
19-е занятие. Производные. Касательная к графику

Найти производные следующих функций:

$\boxed{A1}$ $y = \ln |f(x)|$. $\boxed{9866}$ $y = f(\sin^2 x) + f(\cos^2 x)$.

$\boxed{985ав}$ а) $y = \sqrt{\varphi^2(x) + \psi^2(x)}$. в) $y = \sqrt[\varphi(x)]{\psi(x)}$.

$\boxed{A2}$ $y = \ln \cos \operatorname{arctg} \operatorname{sh} 2x$.

Формула Бернулли

$\boxed{A3}$ $y = (x^2 + x - 5)^{\cos x}$. $\boxed{A4}$ $y = (\operatorname{tg} 2x)^{\operatorname{arcsin} 3x}$.

$\boxed{A5}$ $y = x^x$. $\boxed{961}$ $y = x + x^x + x^{x^x}$.

Левые и правые производные

$\boxed{1000}$ $f(x) = |x|$.

Теорема. Пусть функция f непрерывна на $[a; a+h]$ и дифференцируема на $(a; a+h)$, причём $\lim_{x \rightarrow a+0} f'(x) = k$. Тогда $f'_+(a) = k$.

(Дома доказать с помощью теоремы Лагранжа!)

$\boxed{9786вг}$ Найти производные:

б) $y = |\sin^3 x|$; в) $y = \arccos \frac{1}{|x|}$; г) $y = [x] \sin^2 \pi x$.

Касательная к графику функции

$\boxed{A6}$ Написать уравнение прямой с угловым коэффициентом k , проходящей через точку (x_0, y_0) .

$\boxed{1055}$ Написать уравнения касательной и нормали к кривой

$$y = (x + 1)\sqrt[3]{3 - x}$$

в точках: а) $A(-1, 0)$; б) $B(2, 3)$; в) $C(3, 0)$.

$\boxed{A7}$ Найти касательную к параболе $y = \frac{1}{3}(x^2 - 3x + 3)$, параллельную прямой $y = x$, и нормаль в точке касания.

$\boxed{A8}$ Найти угол между кривыми $y = \operatorname{tg} x$ и $\operatorname{ctg} x$ в точке пересечения, принадлежащей интервалу $(0, \pi/2)$.

$\boxed{1061}$ Под какими углами пересекаются кривые $y = x^2$ и $x = y^2$?

$\boxed{1064а}$ Определить угол между левой и правой касательными к кривой: $y = \sqrt{1 - e^{-a^2 x^2}}$ в точке $x = 0$.

Домашнее задание № 19

Матем. анализ, мех.-мат., 1-й семестр

Найти производные:

$$\boxed{985\text{бГ}} \quad \text{б) } y = \operatorname{arctg} \frac{\varphi(x)}{\psi(x)}; \quad \text{г) } y = \log_{\varphi(x)} \psi(x).$$

$$\boxed{986\text{авГ}} \quad \text{а) } y = f(x^2); \quad \text{в) } y = f(e^x) \cdot e^{f(x)}; \quad \text{г) } y = f(f(f(x))).$$

$$\boxed{A1} \quad y = \ln \sqrt[3]{\frac{e^x}{1 + \cos x}}. \quad (\text{Ответ: } y' = \frac{1 + \operatorname{tg}(x/2)}{3}.)$$

Формула Бернулли и логарифмическая производная

$$\boxed{984\text{б}} \quad y = \frac{x^2}{1-x} \sqrt[3]{\frac{3-x}{(3+x)^2}}. \quad \boxed{984\text{г}} \quad y = \left(x + \sqrt{1+x^2}\right)^n.$$

$$\boxed{984\text{в}} \quad y = (x - a_1)^{\alpha_1} (x - a_2)^{\alpha_2} \cdot \dots \cdot (x - a_n)^{\alpha_n}.$$

$$\boxed{A2} \quad y = (\operatorname{ch} x)^{\operatorname{sh} x}. \quad \boxed{A3} \quad y = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^x.$$

Левые и правые производные

$$\boxed{1002} \quad f(x) = x \left| \cos \frac{\pi}{x} \right|. \quad \boxed{1003} \quad f(x) = \sqrt{\sin x^2}.$$

$$\boxed{1001} \quad f(x) = \lfloor x \rfloor \sin \pi x. \quad \boxed{978\text{а}} \quad y = |(x-1)^2(x+1)^3|.$$

Касательная к графику

$\boxed{1056}$ В каких точках кривой $y = 2 + x - x^2$ касательная к ней:
а) \parallel оси Ox ; б) \parallel биссектрисе первого координатного угла?

$\boxed{1060}$ Под каким углом кривая $y = \ln x$ пересекает ось Ox ?

$\boxed{1062}$ Под какими углами пересекаются кривые $y = \sin x$ и $y = \cos x$?

$\boxed{1064\text{б}}$ Определить угол между левой и правой касательными к кривой $y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ в точке $x = 1$.

Дополнительное задание

$\boxed{1024}$ Вывести формулы для сумм $S_n = 1 + x + \dots + x^n$,

$$P_n = 1 + 2x + 3x^2 + \dots + nx^{n-1}, \quad Q_n = 1^2 + 2^2x + 3^2x^2 + \dots + n^2x^{n-1}.$$