

Мех.-мат., матем. анализ., 1-й семестр
20-е занятие. Касательные.

Производные высших порядков

Повторение (геометрический смысл производной)

1060 (из ДЗ) Под каким углом кривая $y = \ln x$ пересекает ось Ox ?

1062 (из ДЗ) Под какими углами пересекаются кривые $y = \sin x$ и $y = \cos x$?

Написать уравнения касательных к графикам следующих функций в указанных точках:

α $f(x) = e^x, x_0 = 0;$

β $f(x) = \ln x, x_0 = 1;$

γ $f(x) = \cos x, x_0 = \frac{\pi}{3};$

δ $f(x) = \arctg \frac{x}{4}, x_0 = 1.$

ε Найти угол между кривыми $y = \operatorname{tg} x$ и $y = \operatorname{ctg} x$ в точке пересечения, принадлежащей интервалу $(0, \pi/2)$.

1064a) Определить угол между левой и правой касательными к кривой: $y = \sqrt{1 - e^{-a^2x^2}}$ в точке $x = 0$.

Производные высших порядков

Найти y'' для следующих функций:

1111) $y = x\sqrt{1+x^2}.$

1113) $y = e^{-x^2}.$

1115) $y = (1+x^2) \arctg x.$

Найти y'' (u и v — дважды дифференцируемые функции):

1121) $y = u^2.$

1122) $y = \ln \frac{u}{v}.$

ζ Найти $y^{(5)}$ для $y = \sin x \cdot \sin 3x.$

η Найти $y^{(n)}$ для $y = x^p$, где $p \in \mathbb{Z}, p \geq 0.$

θ Пусть $y = 3(x^2 - x + 7)^3.$ Найти $y^{(8)}$ и $y^{(9)}.$

ι Найти $y^{(n)}$ для $y = x^p$, где $p \neq 0, 1, 2, \dots$

Найти $y^{(n)}$:

κ $y = a^x;$

λ $y = \sin x;$

μ $y = \operatorname{ch} x;$

ν $y = \ln(1+x);$

ξ $y = \frac{x}{1-x};$

\omicron $y = \sqrt{1-x}.$

Домашнее задание № 20

Матем. анализ, мех.-мат., 1-й семестр

Касательная к графику

Выяснить, под какими углами графики следующих функций пересекают ось Ox , изобразить эскизы графиков:

$$\boxed{\alpha} \quad f(x) = \operatorname{tg} x; \quad \boxed{\beta} \quad f(x) = x^3; \quad \boxed{\gamma} \quad f(x) = x^2 - x - 6.$$

$\boxed{\delta}$ Написать уравнения касательных к графикам следующих функций в указанных точках:

$$\boxed{\varepsilon} \quad f(x) = 2^x, \quad x_0 = 1; \quad \boxed{\zeta} \quad f(x) = \ln(1 + x), \quad x_0 = 0;$$

$$\boxed{\eta} \quad f(x) = \sin x, \quad x_0 = \frac{5\pi}{6}; \quad \boxed{\theta} \quad f(x) = \arccos \frac{x}{3}, \quad x_0 = 1.$$

$\boxed{10646}$ Определить угол между левой и правой касательными к кривой $y = \arcsin \frac{2x}{1+x^2}$ в точке $x = 1$.

Производные высших порядков

Найти y'' , если:

$$\boxed{1112} \quad y = \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}. \quad \boxed{1116} \quad y = \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}}. \quad \boxed{1117} \quad y = x \ln x.$$

Найти y'' (u и v — дважды дифференцируемые функции):

$$\boxed{1123} \quad y = \sqrt{u^2 + v^2}, \quad \boxed{1124} \quad y = u^v \quad (u > 0).$$

$\boxed{\iota}$ Найти $y^{(n)}$, если $y = (1+x)^p$ ($p \neq 0, 1, 2, \dots$).

Найти $y^{(n)}$:

$$\begin{array}{lll} \boxed{\kappa} \quad y = e^{-x}; & \boxed{\lambda} \quad y = \cos 3x; & \boxed{\mu} \quad y = \ln x; \\ \boxed{\nu} \quad y = \frac{1}{1-x^2}; & \boxed{\xi} \quad y = \frac{1}{(1-x)^2}; & \boxed{o} \quad y = \frac{1}{\sqrt{1-x}}. \end{array}$$

Найти производные указанного порядка:

$$\boxed{1156} \quad y = x(2x-1)^2(x+3)^3; \quad \text{найти } y^{(6)} \text{ и } y^{(7)}.$$

$$\boxed{1157} \quad y = \frac{a}{x^m}; \quad \text{найти } y'''. \quad \boxed{1158} \quad y = \sqrt{x}; \quad \text{найти } y^{(10)}.$$