Мех.-мат., матем. анализ., 1-й семестр
21-е занятие. Формула Лейбница.
Формула Тейлора-Маклорена (начало)

Повторение (производные высших порядков)

$\boxed{1125}$ Найти y', y'' и y''', если $y = f(x^2)$.

$\boxed{1181}$ Показать, что функция $y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$, где C_1 и C_2 — произвольные постоянные, удовлетворяет уравнению $y'' + y = 0$.

$\boxed{1190}$ $y = \dfrac{1}{x^2 - 3x + 2}$. Разложить на простейшие дроби и найти $y^{(n)}$.

Формула Лейбница

Вывести формулу для $(fg)''$. Написать формулу для $(fg)'''$ и для $(fg)^{(n)}$.

$\boxed{1159}$ $y = \dfrac{x^2}{1-x}$; найти $y^{(8)}$. $\boxed{1163}$ $y = x \ln x$; найти $y^{(5)}$.

$\boxed{1165}$ $y = x^2 \sin 2x$; найти $y^{(50)}$. $\boxed{1192}$ $y = \dfrac{x}{\sqrt[3]{1+x}}$; найти $y^{(n)}$.

Формула Тейлора-Маклорена

$\boxed{\pi}$ Показать, что $1 - \cos x = o(x)$ при $x \to 0$.

$\boxed{\rho}$ Пусть $m > n$. Доказать, что при $x \to 0$

$$o(x^m) = o(x^n), \qquad o(x^m) + o(x^n) = o(x^n).$$

$\boxed{\sigma}$ Найти произведение:

$$(1 - x + x^2 + o(x^2)) \cdot (1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + o(x^3)).$$

$\boxed{\tau}$ Разложить по степеням x функцию $f(\varphi(x))$, где

$$\varphi(x) = x - x^2 + o(x^2), \qquad f(t) = 3 + t - 2t^2 + o(t^2).$$

Представить формулой Тейлора-Маклорена следующие функции:

$\boxed{\upsilon}$ e^{-x^2} с $o(x^8)$; $\boxed{\varphi}$ $\operatorname{ch} x$ с $o(x^{10})$;

$\boxed{\chi}$ $\sin 3x$ с $o(x^9)$; $\boxed{\psi}$ $\sqrt{1+x}$ с $o(x^3)$;

$\boxed{\omega}$ Разложить $f(x) = \cos 2x - e^{x^2}$ до $o(x^6)$.

Домашнее задание № 21
Матем. анализ, мех.-мат., 1-й семестр

Производные высших порядков и формула Лейбница

Пусть $f(x)$ — трижды дифференцируемая функция. Найти y', y'' и y''', если:

$$\boxed{1126}\ \ y = f\left(\frac{1}{x}\right). \qquad \boxed{1127}\ \ y = f\left(e^x\right).$$

$\boxed{1189}$ $y = \dfrac{1}{x(1-x)}$. Разложить на простейшие дроби и найти $y^{(n)}$.

$\boxed{1191}$ $y = \dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}$; найти $y^{(n)}$.

$\boxed{1167}$ $y = \sin x \sin 2x \sin 3x$; найти $y^{(10)}$.

$\boxed{1160}$ $y = \dfrac{1+x}{\sqrt{1-x}}$; найти $y^{(100)}$. $\boxed{1161}$ $y = x^2 e^{2x}$; найти $y^{(20)}$.

$\boxed{1168}$ $y = x \operatorname{sh} x$; найти $y^{(100)}$. $\boxed{1169}$ $y = e^x \cos x$; найти $y^{(4)}$.

Формула Тейлора-Маклорена

Представить формулой Тейлора-Маклорена следующие функции:

$\boxed{\alpha}$ e^{-2x} с $o(x^5)$; $\boxed{\beta}$ $\operatorname{sh} x$ с $o(x^{10})$;

$\boxed{\gamma}$ $\sin x$ с $o(x^9)$; $\boxed{\delta}$ $\ln(1+2x)$ с $o(x^5)$;

$\boxed{\varepsilon}$ $\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$ с $o(x^4)$; $\boxed{\zeta}$ $\dfrac{1}{1+x}$ с $o(x^5)$.

$\boxed{\eta}$ Найти произведение:

$$(1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + o(x^3)) \cdot (1 + x + x^2 + x^3 + o(x^3)).$$

$\boxed{\theta}$ Разложить по степеням x функцию $f(\varphi(x))$, где

$$\varphi(x) = x + 3x^2 + o(x^2), \qquad f(t) = 1 - t + 3t^2 + o(t^2).$$

$\boxed{\iota}$ Пусть $\varphi(x) \sim x^p$ при $x \to 0$. Доказать, что $o(\varphi^k(x)) = o(x^{kp})$ при $x \to 0$.