

Мех.-мат., матем. анализ., 1-й семестр
22-е занятие. Формула Тейлора-Маклорена

Представить формулой Тейлора-Маклорена следующие функции:

$$\boxed{\text{A1}} \quad e^{-x^2} \text{ с } o(x^8);$$

$$\boxed{\text{A2}} \quad \operatorname{ch} x \text{ с } o(x^{10});$$

$$\boxed{\text{A3}} \quad \sin 2x^3 \text{ с } o(x^9);$$

$$\boxed{\text{A4}} \quad \sqrt{1+x} \text{ с } o(x^3);$$

$$\boxed{1379} \quad \sqrt[m]{a^m + x} \quad (a > 0) \quad \text{до члена с } x^2.$$

$\boxed{\text{A5}}$ Вычисляя производные в точке $x_0 = 2$, найти разложение функции $f(x) = x^2 + x - 3$ по степеням биннома $x - 2$.

$$\boxed{\text{A6}} \quad \cos 2x - e^{x^2} \text{ с } o(x^6).$$

Разложить по степеням x следующие произведения:

$$\boxed{\text{A7}} \quad e^x \cos x \text{ с } x^4.$$

$$\boxed{\text{A8}} \quad \frac{\cos x}{(1-x)^3} \text{ с } x^4.$$

Разложить по степеням x следующие функции, представленные в виде частного табличных функций:

$$\boxed{\text{A9}} \quad \operatorname{th} x \text{ с } x^5.$$

$$\boxed{\text{A10}} \quad \frac{\sin x}{e^x - 1} \text{ с } x^3.$$

$\boxed{\text{A11}}$ Разложить по степеням x следующие композиции функций:

$$\boxed{\text{A12}} \quad f(\varphi(x)), \quad \text{где } \varphi(x) = x - x^2 + o(x^2), \quad f(t) = 3 + t - 2t^2 + o(t^2).$$

$$\boxed{\text{A13}} \quad e^{2x+3x^2} \text{ до } x^4.$$

$$\boxed{\text{A14}} \quad \cos(\sin x) \text{ до } x^5.$$

$$\boxed{\text{A15}} \quad \ln(\operatorname{ch} x) \text{ до } x^4.$$

Домашнее задание № 22

Матем. анализ, мех.-мат., 1-й семестр

1388 Найти три члена разложения функции $f(x) = \sqrt{x}$ по целым неотрицательным степеням разности $x - 1$.

1389 Функцию $f(x) = x^x - 1$ разложить по целым неотрицательным степеням бинома $x - 1$ до члена с $(x - 1)^3$.

Найти разложения по степеням x следующих функций, представленных или представимых в виде произведения табличных функций:

A1 $f(x) = e^x \sin x$ до x^5 .

A2 $f(x) = \operatorname{ch} x \cdot \sqrt{1+x}$ до x^4 .

1378 $f(x) = \frac{(1+x)^{100}}{(1-2x)^{40}(1+2x)^{60}}$ до x^2 .

Используя метод неопределённых коэффициентов, найти разложения по степеням x следующих функций, представленных или представимых в виде отношения табличных функций:

1377 $f(x) = \frac{1+x+x^2}{1-x+x^2}$ до x^4 . Чему равно $f^{(4)}(0)$?

1382 $f(x) = \frac{x}{e^x - 1}$ до x^4 . 1386 $f(x) = \operatorname{tg} x$ до x^5 .

Разложить по степеням x следующие композиции функций:

A3 $f(\varphi(x))$, где $\varphi(x) = x + 3x^2 + o(x^2)$, $f(t) = 1 - t + 3t^2 + o(t^2)$.

1381 e^{2x-x^2} до x^5 .

1383 $\sqrt[3]{\sin x^3}$ до x^{13} . Указание: представить в виде $x \cdot \sqrt[3]{1 + \varphi(x^3)}$.

1384 $\ln \cos x$ до x^6 .

1385 $\sin(\sin x)$ до x^3 .

1387 $\ln \frac{\sin x}{x}$ до x^6 .

1391 Функцию $f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$ ($x > 0$) разложить по целым неотрицательным степеням дроби $\frac{1}{x}$ до члена с $\frac{1}{x^2}$. Указание: вынести за скобку x и сделать замену $t = \frac{1}{x}$.