

**Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр**  
**Контрольная работа № 1. Пробный вариант № 1**

1. В разложении  $(xy - 2x^{-2})^7$  найти слагаемое, содержащее  $x^{-2}$ .

2. Доказать, пользуясь определением:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n - 2n^2}{3n^2 - 7n + 1} = -\frac{2}{3}$ .

3. Найти предел:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \cos \sqrt[3]{n^2 + 5} - \cos \sqrt[3]{n^2 - 1} \right)$ .

4. Найти предел:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\lg(3^n + n) + \lg(3^n - 1)}{n + \lg n}$ .

5. Найти предел:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 - n}{n \cos \pi n}$ .

В примерах типа 5 обратить особое внимание на чёткость рассуждений.

6. Для последовательности  $x_n = \cos \frac{n\pi}{2} \left( 3 - \frac{1}{n} \right)$  найти множество частичных пределов,  $\overline{\lim}$ ,  $\underline{\lim}$ ,  $\sup$  и  $\inf$ .

7\*. Найти предел:

$$x_1 = 1, \quad x_n = \left( 1 - \frac{1}{2^2} \right) \left( 1 - \frac{1}{3^2} \right) \cdot \dots \cdot \left( 1 - \frac{1}{n^2} \right) \quad \text{при } n \geq 2.$$

Указание: сначала найти простую формулу для  $x_n$ .

*Пояснение.* Последнюю задачу (со звёздочкой) решать необязательно. Правильное решение задачи со звёздочкой покрывает один небольшой недочёт в решении основных задач.

**Примеры задач из других вариантов**

1. Доказать формулу методом математической индукции:

$$1^2 + 3^2 + \dots + (2n - 1)^2 = \frac{n(4n^2 - 1)}{3}.$$

2. Доказать, пользуясь определением:  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3 + \lg n}{3 \lg n - 2} = \frac{1}{3}$ .

3. Найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ , если  $x_n = \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2 - (n^3/3)}{n^2 (1 + 0.2 + 0.2^2 + \dots + 0.2^{n-1})}$ .

7\*. Найти  $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n$ , если  $x_n = n^2 \left( \left( 1 + \frac{1}{10n} \right)^{10} - \left( 1 + \frac{1}{9n} \right)^9 \right)$ .