

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр
Контрольная работа № 3. Пробный вариант № 1

1. Найти y' , если $y(x) = (\operatorname{tg} x)^{x \cos 2x}$.

2. Найти $y^{(n)}$, если $y(x) = \frac{x-1}{\sqrt{1-2x}}$

(ответ дать в упрощённом виде, т. е. вынести общие множители).

3. Провести исследование функции и построить график:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x^3 - 2x^2}{x - 3}}.$$

План исследования:

- 1) область определения, левые и правые пределы в точках разрыва;
- 2) горизонтальные или наклонные асимптоты (если есть);
- 3) нули и промежутки знакопостоянства;
- 4) производная, монотонность и экстремумы;
- 5) вторая производная и выпуклость.

4. Найти разложение функции $f(x)$ по целым степеням x до члена с x^5 включительно с остаточным членом в форме Пеано:

$$f(x) = \ln(1 + \operatorname{sh} x).$$

5. Найти предел, используя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{arcsch} x}{x} \right)^{1/x^2}, \quad \text{где} \quad \operatorname{arcsch} x = \ln(x + \sqrt{1+x^2}).$$

6. Найти предел, используя формулу Тейлора:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(x - x^2 \ln \left(1 + \frac{1}{x} \right) \right).$$

7 (доп.) Найти разложение $\operatorname{arcsin} x$ по степеням x до x^3 , используя метод неопределённых коэффициентов: $\operatorname{arcsin} x = a_1x + a_2x^2 + a_3x^3 + o(x^3)$.

Матем. анализ, прикл. матем., 1-й семестр
Контрольная работа № 3. Пробный вариант № 2

1. Найти y' , если $y(x) = (\ln x)^{\arcsin 3x}$.
2. Найти $y^{(6)}$, если $y(x) = (x + 2) \cdot \cos x \cdot \cos 3x$
(ответ давать в упрощённом виде, т. е. выносить косинусы и синусы за скобки).
3. Провести исследование функции и построить график:

$$f(x) = \frac{x^3}{4(2-x)^2}.$$

План исследования:

- 1) область определения, левые и правые пределы в точках разрыва;
 - 2) горизонтальные или наклонные асимптоты;
 - 3) нули и промежутки знакопостоянства;
 - 4) производная, монотонность и экстремумы;
 - 5) вторая производная и выпуклость.
4. Найти разложение функции $f(x)$ по целым степеням x до члена с x^4 включительно с остаточным членом в форме Пеано:

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x}}{\cos x}.$$

5. Найти предел, используя правило Лопиталя:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(a+x)^x - a^x}{x^2} \quad a > 0.$$

6. Найти предел, используя формулу Тейлора:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh}(\operatorname{tg} x) - x}{x^3}.$$

- 7 (доп.). Доказать, что при $0 < x < \frac{\pi}{2}$ выполняется неравенство $\operatorname{tg} x > x + \frac{x^3}{3}$. Указание: исследовать разность левой и правой частей на монотонность с помощью производной. Рекомендуется сначала доказать, что $\operatorname{tg} x > x$.