9-е занятие. Определённый интеграл. Площадь фигуры в прямоугольных координатах Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = F(b) - F(a).}$$

2208 $\displaystyle\int_{1/\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \frac{dx}{1+x^2}$.

$$\boxed{\int_a^b u\,dv = uv\Big|_a^b - \int_a^b v\,du.}$$

2239 $\displaystyle\int_0^{\ln 2} xe^{-x}\,dx$. 2241 $\displaystyle\int_0^{2\pi} x^2\cos x\,dx$.

$$\boxed{\int_a^b f(x)\,dx = \int_\alpha^\beta f(\varphi(t))\varphi'(t)\,dt,}$$ если $\varphi \in C^1([\alpha,\beta])$, $\varphi(\alpha) = a$, $\varphi(\beta) = b$.

A1 $\displaystyle\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2}\,dx$. A2 $\displaystyle\int_1^2 \frac{\ln x}{x}\,dx$. 2248 $\displaystyle\int_0^{\ln 2} \sqrt{e^x - 1}\,dx$.

T1 Если функция f нечётная, то $\displaystyle\int_{-a}^a f(x)\,dx = 0$. A3 $\displaystyle\int_{-\pi}^{\pi} \sin 3x\,dx$.

2265 Если T — период f, то $\displaystyle\int_a^{a+T} f(x)\,dx = \int_0^T f(x)\,dx$.

A4 $\displaystyle\int_0^{6\pi} |\cos x|\,dx$.

Площадь в прямоугольных координатах: $$\boxed{S = \int_a^b (y_2(x) - y_1(x))\,dx.}$$

Найти площади фигур, ограниченных кривыми, заданными в прямоугольных координатах:

2398 $y = x^2$, $x + y = 2$. 2397 $ax = y^2$, $ay = x^2$.

2400 $y = |\lg x|$, $y = 0$, $x = 0,1$, $x = 10$.

2400.2 $y = (x+1)^2$, $x = \sin \pi y$, $y = 0$ $(0 \leqslant y \leqslant 1)$.

Домашнее задание № 9
Матем. анализ, прикл. матем., 2-й семестр

С помощью формулы Ньютона-Лейбница вычислить интегралы:

$\boxed{2207}$ $\displaystyle\int_0^{\pi} \sin x\, dx.$ $\boxed{2209}$ $\displaystyle\int_{-1/2}^{1/2} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$

Вычислить интегралы с помощью интегрирования по частям:

$\boxed{2240}$ $\displaystyle\int_0^{\pi} x \sin x\, dx.$ $\boxed{2243}$ $\displaystyle\int_0^{1} \arccos x\, dx.$

Вычислить интегралы с помощью подходящей замены переменной:

$\boxed{2246}$ $\displaystyle\int_0^{a} x^2\sqrt{a^2-x^2}\, dx.$ $\boxed{2247}$ $\displaystyle\int_0^{0{,}75} \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+1}}.$

$\boxed{2211}$ $\displaystyle\int_0^{2} |1-x|\, dx.$ $\boxed{2215}$ $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{a^2\sin^2 x + b^2\cos^2 x} \quad (ab \neq 0).$

$\boxed{2244}$ $\displaystyle\int_0^{\sqrt{3}} x \operatorname{arctg} x\, dx.$ $\boxed{2249}$ $\displaystyle\int_0^{1} \frac{\arcsin\sqrt{x}}{\sqrt{x(1-x)}}\, dx.$

$\boxed{2250}$ Вычислить интеграл $\displaystyle\int_{-1}^{1} \frac{1+x^2}{1+x^4}\, dx$, полагая $x - \frac{1}{x} = t$.

$\boxed{\text{T1}}$ Если f — чётная функция, то $\displaystyle\int_{-a}^{a} f(x)\, dx = 2\int_0^{a} f(x)\, dx.$

Найти площади фигур, ограниченных кривыми, заданными в прямоугольных координатах:

$\boxed{2399}$ $y = 2x - x^2$, $x + y = 0$. $\boxed{2400.1}$ $y = 2^x$, $y = 2$, $x = 0$.

$\boxed{2402}$ $\displaystyle y = \frac{a^3}{a^2+x^2}$, $y = 0$. $\boxed{2403}$ $\displaystyle \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1.$

$\boxed{2411}$ В каком отношении парабола $y^2 = 2x$ делит площадь круга $x^2+y^2 = 8$?